UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

MARIANA DA SILVA FONTES

EXPERIMENTO DIDÁTICO DESENVOLVIMENTAL EM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO CURSO DE PEDAGOGIA

Tubarão

2019

MARIANA DA SILVA FONTES

EXPERIMENTO DIDÁTICO DESENVOLVIMENTAL EM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO CURSO DE PEDAGOGIA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof.ª Josélia Euzébio da Rosa, Dr.ª

Tubarão

2019

Fontes, Mariana da Silva, 1993-
F75 Experimento didático desenvolvimental em matemática no contexto do curso de pedagogia / Mariana da Silva Fontes ; -- 2019.
127 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientadora : Profa. Dra. Josélia Euzébio da Rosa.
Dissertação (mestrado)–Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2019.
Inclui bibliografias.

1. Educação – Estudo e ensino (Ensino superior). 2. Didática. 3. Matemática – (Ensino fundamental) – Estudo e ensino. 4. Multiplicação. 5. Divisão. I. Rosa, Josélia Euzébio da. II. Universidade do Sul de Santa Catarina – Mestrado em Educação. III. Título.

CDD (21. ed.) 370.71

Ficha catalográfica elaborada por Francielli Lourenço CRB 14/1435

MARIANA DA SILVA FONTES

EXPERIMENTO DIDÁTICO DESENVOLVIMENTAL EM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO CURSO DE PEDAGOGIA

Esta Dissertação foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Educação e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação - Mestrado, da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Tubarão, 22 de fevereiro de 2019.

Josélia E. da Rosa

Professora e Presidenta da Banca Examinadora Josélia Euzébio da Rosa, Dra.

P/ Josélia E. da Rosa

Professora Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Dra.
Examinadora Externa – Universidade Federal de Santa Maria

Professora Maria Isabel Batista Serrão, Dra.
Examinadora Externa – Universidade Federal de Santa Catarina

Gilvan Luiz M. Costa

Professor Gilvan Luiz Machado Costa, Dr.
Examinador Interno – Universidade do Sul de Santa Catarina

Aos docentes, acadêmicos e pesquisadores que acreditam em uma educação promotora de reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem, em nível teórico, “que alimentam a atividade criativa dos seres humanos e constituem a base do desenvolvimento multilateral de suas capacidades” (DAVÝDOV, 2017, p. 213).

AGRADECIMENTOS

> O valor das coisas não está no tempo que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso existem momentos inesquecíveis, coisas inexplicáveis e pessoas incomparáveis (Fernando Pessoa).

Eis o momento em que se chega à conclusão de mais etapa da vida acadêmica, o fechamento da escrita da presente dissertação. Aqui estou de coração aberto para expressar, por meio de palavras, o sentimento profundo de gratidão a todos que contribuíram de algum modo para a objetivação desta pesquisa.

Ao **Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina UNIEDU/Pós-Graduação**, pelo apoio financeiro.

Aos colegas: **Ana, Cléber, Cris e Sandra**, por me acolher, aconselhar e incentivar nos estudos. Nossas discussões e reflexões na disciplina Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática – 2015/2 contribuíram para persistir na caminhada acadêmica.

À **Secretária Daniela**, pela atenção, sorriso ao nos receber e competência ao nos auxiliar.

Aos **colegas de turma 2017** pela parceria, pelos momentos de estudo e descontração.

À **Prof.as Dr.as Leonete e Tânia**, pelas contribuições no processo de elaboração/reelaboração do problema de pesquisa, bem como por toda a paciência, comprometimento, generosidade e acolhimento em sua disciplina no estágio inicial do Mestrado.

Aos **colegas do grupo GPEMAHC e TEDMAT**, pelas discussões, valiosas contribuições, amizade e conhecimentos compartilhados.

Aos **familiares, integrantes do grupo de pesquisa TedMat e colegas da Turma Pelag-A**, que colaboraram na elaboração/reelaboração do experimento didático desenvolvimental. Seus questionamentos contribuíram no processo de organização e formação para minha prática docente no estágio de docência no curso de Pedagogia.

Às **meninas do curso de Pedagogia**,matriculadas na disciplina Fundamentos e Metodologias do Ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em 2017/2, por participarem da constituição desta pesquisa. Obrigada pelo aprendizado e pelos momentos que vivenciamos juntas durante todo o semestre. As manifestações de vocês ultrapassaram

aanálise desta pesquisa, pois me proporcionaram guardar na memória o comprometimento e a preocupação de vocês com a educação das crianças.

Ao **Prof. Ademir**, pela atenção em minhas apresentações, pelas contribuições para a presente pesquisa e para minha formação, tanto na dimensão acadêmica como humana. Obrigada pelo companheirismo nas viagens de estudo, faça sol ou faça chuva.

À **Lu**, amiga que o Mestrado me presenteou. Companheira de todos os momentos: estudos, angústias, viagens, conquistas, felicidade, enfim, parceira de pesquisa que me fortaleceu.

Ao **meu avô Reasilvo**, por me ensinar que a beleza está nas coisas mais simples da vida. Consigo observar essa beleza estampada em seu sorriso quando juntos estamos conversando, vendo TV, brincando e nos abraçando.

Às **Prof.as Dr.as Anemari e Bel**, pelas valiosas contribuições no exame de qualificação e nos eventos que juntas participamos. A alegria, simpatia e sabedoria de vocês me encantam. Muito obrigada!

Ao **Prof. Dr. Gilvan**, pela leitura atenta, pelo seu olhar desconfiado e por compartilhar seus conhecimentos, contribuindo para o aprimoramento do presente trabalho.

À **Prof.ª Dr.ª Josélia**, pelo acolhimento em sua disciplina em 2015/2, paciência, compreensão e carinho. Pessoa maravilhosa que me orientou durante todo o Mestrado. Com seu amor e dedicação à educação e a todos à sua volta, você me inspira a aprender cada vez mais. Obrigada por compartilhar seu conhecimento, por me mostrar os caminhos da vida acadêmica, pelas viagens de estudo, pelas aventuras que passamos juntas, pelas conversas, enfim, pela amizade.

Aos **meus pais, João e Lucimar**, pelo amor incondicional e por todo tempo dedicado a mim e a nossa família. Sou muito grata por tê-los perto de mim, vocês são exemplos de integridade, simplicidade, de que devemos lutar para conquistar nossos sonhos sem “pisar” nos outros, enfim, vocês são seres humanos com um coração de ouro. Obrigada por me apoiar em mais essa etapa da minha vida.

Ao **meu noivo Juninho**, por estar presente em minha vida em todos os momentos, por sempre me incentivar nos estudos e me encorajar a persistir em meus sonhos. Obrigada pelo companheirismo, carinho, cuidado e amor.

Obrigada a todos!

“A escola e a sociedade são indivisíveis. A sociedade vive e se desenvolve tal como aprende. E aprende tal como quer viver” (DAVÍDOV; SLOBÓDCHIKOV, 1991, p. 118).

RESUMO

A presente pesquisa, fundamentada no Materialismo Histórico-Dialético, abrange o estudo sobre o modo de organização do ensino de Matemática com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental, como um dos desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural. Os fundamentos teóricos anunciados guiam os caminhos trilhados pelos grupos de pesquisa os quais integramos: Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática e Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural. Nesse contexto, realizamos uma investigação experimental, por meio do desenvolvimento de um experimento didático desenvolvimental. Esse foi realizado na disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, do curso de Pedagogia da Unisul, em 2017-2. A referida disciplina assume-se fundamentada na Teoria do Ensino Desenvolvimental, mas o que revelam as manifestações das acadêmicas matriculadas na disciplina de *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, do curso de Pedagogia da Unisul, referentes ao processo de conhecimento do modo de organização do Ensino Desenvolvimental? Temos, como hipótese, que as manifestações das acadêmicas de Pedagogia, referentes ao processo de conhecimento, revelam a aprendizagem de alguns elementos do modo de organização do Ensino Desenvolvimental. Diante da totalidade dos conceitos abordados no semestre, estabelecemos, como recorte, os conceitos de multiplicação e divisão. O movimento de constituição da pesquisa foi marcado por um processo dialético, construído por idas e vindas ao longo do caminho trilhado. Guiamo-nos por 6 (seis) ações de pesquisa: 1) estudo dos fundamentos do método dialético; 2) aprofundamento da Teoria do Ensino Desenvolvimental e Atividade Orientadora de Ensino; 3) estudo de tarefas davydovianas para o ensino dos conceitos de multiplicação e divisão; 4) elaboração de um experimento didático desenvolvimental; 5) apreensão da realidade pesquisada, no curso de Pedagogia da Unisul; 6) descrição, explicação e análise do isolado em movimento por meio de elaboração de episódios. O experimento didático desenvolvimental foi realizado durante quinze encontros, dos quais, 4 (quatro) constituíram-se em contexto de apreensão de dados. Consideramos 3 (três) momentos distintos, mas interconectados: 1) ponto de partida: avaliação inicial realizada no primeiro dia de aula; 2) movimento de apropriação de aprendizagem: desenvolvimento das tarefas no 7º e 8º encontros; 3) ponto de chegada: avaliação final realizada no último dia de aula sobre os conceitos de multiplicação e divisão. Tais momentos foram capturados em gravações de áudio, vídeo e registro fotográfico, posteriormente transcritos e organizados em arquivos *Word*®. Registramos as manifestações orais e escritas das acadêmicas nas conversas individuais e coletivas, durante o desenvolvimento das tarefas e nos relatos de experiência. Expusemos os resultados por meio de episódios formativos. Esses apontam alguns indícios de efetivação da aprendizagem de alguns elementos do modo de organização do Ensino Desenvolvimental. As acadêmicas consideraram o experimento objetal como ponto de partida, revelaram e transformaram os elementos essenciais dos conceitos de multiplicação e divisão, analisaram as propriedades externas e internas dos objetos, percorreram o movimento do geral ao particular, contemplaram as significações aritmética, geométrica e algébrica a partir de uma grandeza contínua e estabeleceram a interconexão entre os sistemas conceituais.

Palavras-chave: Educação Matemática. Experimento Didático Desenvolvimental. Pedagogia. Multiplicação e Divisão.

ABSTRACT

This research, based on Historical-Dialectical Materialism, covers the study of the way of organization of Mathematics teaching based on the Theory of Developmental Teaching, as one of further exchanges of Historical-Cultural Theory. The announced theoretical principles guide the paths taken by the research groups which we are part of: Theory of Developmental Teaching in Mathematics Education Research Group and Research Group in Mathematics Education: a Historical-Cultural Approach. In this context, we conducted an experimental investigation, through the development of a didactic developmental experiment. The experiment was carried out in the Principles and Methodologies of Mathematics for early years of Elementary School, of the Bachelor of EducationofUnisul, in 2017-2. This subject is based on the Theory of Developmental Teaching, but what do the manifestations of undergraduates enrolled in subject of Principles and Methodologies of Mathematics for early years of Elementary School, of the Bachelor of Education of Unisul, in 2017-2 disclose, referring to the process of knowledge of the way of organization of developmental teaching? We have, as hypothesis, that the undergraduates' manifestations, concerning the knowledge process, disclose the learning of some elements of the way of organization of Developmental Teaching. Before the totality of the concepts discussed during the semester, we established, as a cross section, the concepts of multiplication and division. The movement of the research constitutionwas marked by a dialectical process, built by back and forth along the path. We are guided by 6 (six) research actions: 1) study of the principles of dialectical method; 2) deepening of the Theory of Developmental Teaching and Guiding Teaching Activity; 3) study of Davydovian tasks to teach the concepts of multiplication and division; 4) elaboration of a didactic developmental experiment; 5) apprehension of the researched reality, in the Bachelor of Education of Unisul; 6) description, explanation and analysis of the isolate in motion through the elaboration of a formative episode. The developmental didactic experiment was carried out during fifteen meetings, which, 4 (four) constituted in a context of data apprehension. We consider 3 (three) distinct but interconnected moments: 1) starting point: initial evaluation performed on the first day of class; 2)learning appropriation movement: development of tasks in the 7th and 8th meetings; 3) point of arrival: final evaluation carried out on the last day of school on the concepts of multiplication and division. Such moments were captured in audio, video and photo recordings, later transcribed and organized into Word® files. We recorded the oral and written manifestations of the undergraduates in individual and collective conversations, during the development of tasks and in reports of teaching experience. We exposed the results through formative episodes. They point to some indications of effectiveness of learning of some elements of the way of organization of Developmental Teaching. The undergraduates considered the object experiment as a starting point, revealed and transformed the essential elements of the concepts of multiplication and division, analyzed the external and internal properties of objects, traced the movement from general to particular, contemplated the arithmetic, geometric, and algebraic from a continuous magnitude and established the interconnection between conceptual systems.

Keywords: Mathematics Education. Developmental Didactic Experiment. BachelorofEducation. Multiplicationand Division.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem a partir de seus elementos estruturantes.....26
Figura 2– Instrumento de avaliação 33
Figura 3 – Esquema-síntese do cronograma de apreensão de dados.....34
Figura 4 – Esquema elaborado pela acadêmica Patrícia (22F).....47
Figura 5 – Esquema proposto pela acadêmica Silvia (29F) 48
Figura 6 – Representação na reta numérica das operações 3 × 5 = 15 e 15 ÷ 3 = 5.....48
Figura 7 - Tabuada do número 4 apresentada em um livro didático brasileiro.....54
Figura 8 – Representação da operação 20 ÷ 4 = 5 na reta numérica 55
Figura 9 – Operação de multiplicação e divisão na reta numérica.....55
Figura 10 – Representação das operações de multiplicação e divisão na reta numérica.....57
Figura 11 – Imagem sensorialmente dada 63
Figura 12 – Agrupamentos de três em três 64
Figura 13 – Multiplicações por três.....65
Figura 14 – Representação na reta numérica da operação 17÷ 3=5 (resto 2).....67
Figura 15 – Representação na reta numérica da operação (3 × 5) + 2 = 17 68
Figura 16 – Tabuada do número 3.....69
Figura 17 – Representação da divisão (17F) 74
Figura 18– Representação na reta numérica da divisão (24 ÷ 6 = 4) e multiplicação (6 × 4 = 24).....76
Figura 19 – Representação na reta numérica da operação 6 × 0 = 0 77
Figura 20 – Plano de ensino elaborado pela acadêmica Margarida no primeiro dia de aula ...83
Figura 21 – Representação básica por imagem 89
Figura 22 – Plano de ensino elaborado pela acadêmica Margarida no 9º encontro 91
Figura 23 – Representação da unidade de medida básica (A) e o todo (C).....98
Figura 24 – Representação da unidade de medida intermediária (B).....98
Figura 25 – Representação da unidade de medida básica (A), medida intermediária (B) e todo (C).....99
Figura 26 – Representação do movimento realizado no experimento objetal na reta numérica 99
Figura 27 – Síntese das compreensões iniciais e finais das acadêmicas 105

LISTA DE FOTOGRAFIAS

Fotografia 1 - Organização do espaço físico da sala de aula.....37
Fotografia 2 - Volume de líquido a ser medido (K) e a unidade de medida básica (A).....38
Fotografia 3 – Introdução do terceiro recipiente a partir da sugestão de Margarida.....39
Fotografia 4 – Introdução da unidade de medida intermediária.....40
Fotografia 5 – Participação de Clarice no experimento objetal.....41
Fotografia 6 – Contagem da quantidade de unidades de medidas intermediárias.....41
Fotografia 7 – Primeiro esboço do esquema 45
Fotografia 8 – Reelaboração do esquema.....45
Fotografia 9 – Averiguação do resultado da operação 3×5 = 15 por meio de sua inversa 15 ÷ 3 = 5.....46
Fotografia 10 – Síntese apresentada por Bruna (6F).....71

LISTA DE QUADRO

Quadro 1 – Síntese dos princípios didáticos analisados 81

LISTA DE SIGLAS

ANPEd – Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação
AOE – Atividade Orientadora de Ensino
CEAD – Centro de Educação a Distância
GEPAPe – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica
GPEMAHC – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural
PPGE – Programa de Pós-Graduação em Educação
SIMFOP – Simpósio Nacional sobre Formação de Professores
TedMat – Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática
UDESC – Universidade do Estado de Santa Catarina
UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina
UNESC – Universidade do Extremo Sul Catarinense
UNISUL – Universidade do Sul de Santa Catarina
URSS – União das Repúblicas Socialistas Soviéticas
USP – Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 18
1 OS CAMINHOS TRILHADOS 20
2EXPERIMENTO DIDÁTICO DESENVOLVIMENTAL 36
2.1 EPISÓDIO FORMATIVO 1 – NATUREZA DO PENSAMENTO TÉORICO 37
2.1.1 Cena 1 – O pensamento teórico como ponto de partida no contexto do experimento objetal 38
2.1.2 Cena 2 – Movimento de redução do concreto ao abstrato como meio para o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto 44
2.2 EPISÓDIO FORMATIVO 2 – DIFICULDADES ORIUNDAS DA EDUCAÇÃO BÁSICA 50
2.2.1 Cena 1 – Movimento operacional das operações de divisão e multiplicação 50
2.2.2 Cena 2 – Núcleo comum das operações de multiplicação e divisão 56
2.2.3 Cena 3 – Caráter visual empiricamente dado 59
2.2.4 Cena 4 – Ensino da divisão como macete a partir da tabuada 63
2.3 EPISÓDIO FORMATIVO 3 – ARREFECIMENTO DAS DIFICULDADES 70
2.3.1 Cena 1 – Síntese da modelação da relação universal na forma literal 70
2.3.2 Cena 2 – Resolução de uma tarefa particular a partir do procedimento generalizado e abstraído 72
2.4 REVELAÇÃO DE ALGUNS ELEMENTOS QUE SUSTENTAM O MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL 77
3 SUPERAÇÃO POR INCORPORAÇÃO: UMA ANÁLISE COMPARADA ENTRE A AVALIAÇÃO INICIAL E FINAL À LUZ DO PROCESSO 80
3.1 COMPREENSÕES INICIAIS: EIS O PONTO DE PARTIDA 82
3.1.1 Princípio do caráter sucessivo da aprendizagem 83
3.1.2 Princípio do caráter visual, direto ou intuitivo do ensino 85
3.1.3 Princípio do caráter da acessibilidade 88
3.2 COMPREENSÕES FINAIS: EIS O PONTO DE CHEGADA 91
3.2.1 Princípio do caráter novo do conhecimento 92
3.2.2 Princípio do caráter objetal 94
3.2.3 Princípio da educação que desenvolve 96
3.3 EPISÓDIO FORMATIVO SÍNTESE: MOVIMENTO PERCORRIDO PELAS ACADÊMICAS AO LONGO DA PESQUISA 100
3.3.1 Cena 1 – Estranhamento inicial 101
3.3.2 Cena 2 – Revelação das dificuldades 101
3.3.3 Cena 3 – Resistência 102

3.3.4. Cena 4 – Possibilidades 102
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS 104
REFERÊNCIAS 108
ANEXOS 112
ANEXO A – Cronograma de ações 113
ANEXO B – Tarefas sistematizadas em *slides* 114
ANEXO C – Termo de Livre Consentimento 127

Caro leitor,

É com imenso prazer que convidamos[1] você a refletir conosco. Para dar início à nossa conversa, sugerimos a seguinte questão: como você resolveria o problema abaixo? Caso você seja professor(a), como ensinaria seus alunos a interpretarem e resolverem o problema a seguir?

Situação-problema inicial

Fonte: Centurión, Teixeira e Rodrigues (2011, p. 215).

Registre sua resposta, ela será imprescindível para darmos continuidade à nossa conversa nas páginas subsequentes. Até lá!

[1] Ao tratar da pesquisa, escreveremos na primeira pessoa do plural, dado o caráter coletivo do contexto ao qual se insere a presente investigação.

APRESENTAÇÃO

A investigação que deu origem à presente dissertação está alicerçada nos seguintes grupos de pesquisa: Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina (TedMat/UNISUL) e Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural da Universidade do Extremo Sul Catarinense (GPEMAHC/UNESC). Ambos fazem parte da unidade de relacionamento catarinense da rede de grupos de pesquisa abarcada pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe). O TedMat e o GPEMAHC debruçam-se sobre o modo de organização do ensino de Matemática com base nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e dois de seus desdobramentos: a Teoria do Ensino Desenvolvimental e a Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Estudos desenvolvidos por pesquisadores destes grupos apontam fragilidades no ensino de Matemática nas escolas brasileiras. Desse modo, faz-se necessário repensarmos os conteúdos e os métodos que atualmente sustentam os processos de ensino e aprendizagem.

Temos como finalidade contribuir com as reflexões que visam à superação de algumas das fragilidades presentes na conjuntura vigente da educação matemática brasileira na qual predomina a Teoria do Pensamento Empírico (HOBOLD, 2014). Nesta, há ênfase nas experiências do cotidiano dos estudantes. Além disso, há a limitação à aparência externa dos objetos e fenômenos e, também, a contemplação apenas da significação aritmética com base na grandeza discreta, entre outros. Mas, por onde iniciar a mudança? Entendemos que faz parte desse ponto de partida os cursos de Pedagogia, pois são estes que formam o professor que ensina os primeiros conceitos matemáticos para as crianças durante mais da metade do Ensino Fundamental.

A fim de refletir sobre a possibilidade de superação das limitações inerentes ao modo de organização do ensino brasileiro, investigamos o processo de conhecimento das acadêmicas de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental dos conceitos de multiplicação e divisão.

Estruturamos a dissertação em 3 (três) capítulos: 1) Os caminhos trilhados; 2) Experimento didático experimental; 3) Superação por incorporação: uma análise comparada entre a avaliação inicial e final.

No primeiro capítulo, apresentamos o processo de constituição da pesquisa: método, referencial teórico adotado, objeto de estudo, problema, hipótese, delimitação do objetivo e síntese do percurso investigativo.

O segundo capítulo é dedicado à análise do processo desenvolvido em sala de aulacom as acadêmicas de Pedagogia. Este é constituído por 3 (três) episódios formativos, nos quais relatamos as tarefas que constituíram o experimento didático desenvolvimental e uma síntese que apresenta alguns dos elementos que sustentam o modo de organização de ensino adotado na pesquisa.

O terceiro capítulo expõe uma análise comparada entre a avaliação que realizamos com as acadêmicas no primeiro dia de aula e outra ao final do trabalho com os conceitos de multiplicação e divisão.

É importante ressaltar que a sequência de apresentação dos dados na dissertação não foi a mesma em que apreendemos os dados na realidade investigada. A sequência do processo de investigação não coincide com a de exposição dos dados por entendermos que a análise comparada entre o momento inicial e final melhor reflete o objeto de investigação.

Desejamos que o texto a seguir instigue você a repensar o modo de organização do ensino de Matemática, mais especificamente, sobre resolução de problemas na especificidade da multiplicação e divisão. Almejamos que, no decorrer da leitura da presente dissertação, possamos estabelecer um diálogo no qual você, enquanto interlocutor, percorra o movimento de pensamento que as colaboradoras da pesquisa trilharam e que, ao final, os resultados obtidos sejam, por você, corroborados. Desejamos uma ótima leitura!

1 OS CAMINHOS TRILHADOS

> *Quaisquer que sejam os caminhos que venham a ser trilhados, entretanto, os indivíduos precisarão se empenhar em elevar o seu nível da consciência crítica, para poderem participar mais efetiva e conscientemente do movimento de transformação da sociedade; e para isso precisarão assimilar melhor e aprofundar o pensamento dialético* (KONDER, 2004, p. 74-75).

Os caminhos da presente pesquisa foram trilhados com base no pensamento dialético. Trata-se, pois, de uma pesquisa de cunho científico, com rigor teórico-metodológico orientado pelo esforço de compreender e explicar a realidade investigada em seu movimento de transformação, ou seja, que permita "[...] se apropriar do objeto em sua gênese e desenvolvimento [...]" (MARTINS, 2008, p. 149). Neste processo investigativo, consideramos a lógica dialética com a intenção de abarcar o movimento do pensamento, a fim de "[...] transformá-lo em meio ainda mais eficiente na conquista prática das potencialidades da natureza e sociedade [...]" (KOPNIN, 1978, p. 225).

A partir da necessidade de apreender o pensamento em seu constante movimento de transformação, tomamos o método de investigação como "[...] um meio de obtenção de determinados resultados no conhecimento e na prática" (KOPNIN, 1978, p. 91). A partir dele, determinamos nossas "[...] concepções de realidade, de ciência e de conhecimento que darão conteúdo e forma à pesquisa [...]" (CEDRO; NASCIMENTO, 2017, p. 25).

O conteúdo e a forma da presente pesquisa estão sustentados na concepção de realidade, ciência e conhecimento do Materialismo Histórico-Dialético enquanto "filosofia da práxis, da ação transformadora da natureza, do homem e da sociedade [...]" (BAZARIAN, 1994, p. 69). Essa corrente epistemológica possui papel fundamental no âmbito da pesquisa do século XXI, por explicar a relação complexa e contraditória entre sociedade e educação (FERREIRA JR., 2013).

Nesta perspectiva, a pesquisa educacional vislumbra contribuir com as reflexões sobre as questões sociais. É essencial que a Educação esteja "articulada a uma proposta comprometida com a busca do espelhamento do real, o que possibilita a crítica consistente sobre a própria sociedade [...]" (ÁVILA; ORTIGARA, 2007, p. 304).

De acordo com o método do Materialismo Histórico-Dialético, o próprio movimento histórico de constituição do objeto de conhecimento possibilita compreendera superação do modo de pensar. O desenvolvimento do pensamento está atrelado à relação dos seres humanos entre si e, enquanto fenômeno a ser investigado, é parte de uma totalidade.

Para apreendê-lo, é necessário desvelar sua essência, distinta da aparência externamente dada. Isto ocorre por meio de contradições, movimentos e transformações na relação entre fenômeno e totalidade. Essa apreensão só é possível pela ação transformadora da práxis, na qual a existência do conhecimento e da realidade se constitui como produto da atividade humana (PERES; FREITAS, 2014).

A partir da necessidade de apreender o desenvolvimento do pensamento no processo da atividade humana, com base nos fundamentos do método dialético, optamos pela Teoria do Ensino Desenvolvimental como um dos desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade.

A Teoria Histórico-Cultural foi desenvolvida, inicialmente, por Vygotsky, na antiga União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS). Vygotsky explica o desenvolvimento do psiquismo humano com base nos princípios do Materialismo Histórico-Dialético; ele defendeu que o desenvolvimento do psiquismo humano ocorre no processo de apropriação da cultura, mediante a comunicação com outras pessoas. Assim, o ser humano desenvolve as capacidades de pensar ao se apropriar da produção cultural historicamente produzida pela humanidade, por meio das relações sociais. Em outras palavras, os seres humanos se constituem e se desenvolvem pela atividade que exercem. Desse modo, a atividade "é um processo que se transforma, que origina novas necessidades e motivos, gera outras atividades, estruturalmente novas, e propicia a emergência de novas formações psíquicas" (PRESTES; TUNES; NASCIMENTO, 2013, p. 50).

Leontiev, principal precursor da Teoria da Atividade, concentrou suas pesquisas no processo de atividade humana. Na perspectiva leontieviana, atividade principal é aquela "[...] cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade [...]" (LEONTIEV, 2006, p. 65). Essa atividade guia o desenvolvimento humano correspondente a cada etapa da vida. Na infância, a atividade principal é o brincar; depois, é a atividade de estudo e, na vida adulta, predomina a atividade do trabalho. É por meio da atividade que o ser humano constitui suas relações sociais com o mundo. Leontiev (2006) caracteriza a estrutura da atividade mediante os seguintes elementos: necessidade, objeto, motivos e ações.

A atividade surge de uma necessidade, dirigida a um determinado objeto (seu conteúdo), proveniente dos motivos que movem o sujeito. É constituída por ações, quedependem dos objetivos, e são desenvolvidas por operações, que são meios ou procedimentos para realizar a ação.

Neste sentido, a origem da atividade surge de uma necessidade, como primeiracondição. Porém, essa é insuficiente, pois é preciso determinar um objeto correspondente. O objeto é o conteúdo da atividade e indica a direção da ação. Há uma infinidade de objetos. Pode ser produto da atividade um objeto específico natural, uma instituição ou o próprio ser humano. É o objeto que diferencia uma atividade da outra. Nesse processo, é fundamental um terceiro elemento para constituir a atividade, o motivo. Ele é elemento articulador que impulsiona a atividade e move o sujeito para a satisfação de uma necessidade. Sem estes elementos não existe atividade humana.

Leontiev distingue ações de atividade. "Um ato ou ação é um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas na atividade da qual ele faz parte" (LEONTIEV, 2006, p. 69). Nesta relação particular entre atividade e ação, há que se compreender a atividade como um sistema na sua dinamicidade e não de forma estática, pois seus elementos podem modificar suas funções. As ações podem se transformar em atividades. Por outro lado, as atividades, ao perderem seu motivo, transformam-se em ações. E as ações, quando se tornam procedimentos para alcançar um objetivo, configuram-se como operações. Portanto, essa dinamicidade ocorre pela movimentação dos elementos estruturais da atividade humana.

A partir das premissas anteriores, consideramos que a Teoria da Atividade contribui para pensar sobre o processo de tornar o indivíduo um ser humanizado pela apropriação cultural mediante o processo educativo escolar. A relação entre desenvolvimento humano e aprendizagem escolar é expressa na Teoria do Ensino Desenvolvimental formulada por VasilyVasilyevichDavýdov.

Davýdov[2] nasceu em Moscou, na Rússia, no ano de 1930 e faleceu em 1998, com 68 (sessenta e oito) anos de idade. Em 1953, formou-se no curso Filosofia e Psicologia do Departamento de Psicologia da Faculdade de Filosofia da Universidade Estadual de Moscou, quando iniciou sua carreira de pesquisador no campo da Psicologia Pedagógica.

Com base nos fundamentos do Materialismo Histórico-Dialético, Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, ao longo de aproximadamente 25 (vinte e cinco) anos de pesquisa nas escolas russas, Davýdov e colaboradores formularam a Teoria do Ensino Desenvolvimental, voltada para o desenvolvimento do pensamento teórico contemporâneo

[2]No decorrer do texto será utilizada a grafia Davýdov, uma vez que em sua obra principal, *Tipos de generalização do ensino*, traduzida do russo para o espanhol por Marta Shuare, Davýdov aparece grafado com "y" e acento agudo. Porém, ao se tratar de referência, será mantida a escrita conforme apresentada na obra referenciada, quais sejam: Davídov e Davydov.

nos estudantes. Esse desenvolvimento acontece no processo educativo escolar, em que a tarefa da escola

> [...] não consiste em dar às crianças uma ou outra soma de fatos conhecidos, mas em ensinar-lhes a orientarem-se *independentemente* na informação científica e em qualquer outra. Porém, isto significa que a escola deve ensinar ~~a~~os estudantes a pensar, isto é, desenvolver ativamente neles os fundamentos do pensamento contemporâneo, para o qual é necessário organizar um ensino que impulsione o desenvolvimento (DAVÍDOV, 1988, p. 3, grifo do autor, tradução nossa).

Na busca por compreender o desenvolvimento dos estudantes, Davýdov incorporou, em sua teoria, a estrutura sistematizada por Leontiev, da atividade humana. Na Teoria do Ensino Desenvolvimental, as ações relacionam-se ao processo de ensino e aprendizagem, que requer a formação de conceitos teóricos na atividade de estudo.

No processo de ensino e aprendizagem, as necessidades e os motivos orientam os estudantes para a apropriação da cultura social e histórica da humanidade. O objeto é a apropriação do conhecimento e o consequente desenvolvimento do pensamento.

O pensamento humano caracteriza-se pelas "particularidades da generalização, em unidade com os processos de abstração e formação de conceitos" (DAVÍDOV, 1988, p. 100, tradução nossa). Ele pode ocorrer de duas formas: pela lógica formal (aspecto imediato, direto e externo) ou pela lógica dialética (aspecto mediatizado, interno, ligado à essência do objeto).

Para Davídov (1988, p. 104, tradução nossa), "o pensamento que se realiza com a ajuda das abstrações e generalizações de caráter lógico-formal somente leva a formar os chamados conceitos empíricos". Eles revelam apenas a aparência em seu aspecto imediato e direto, descrevem somente os resultados do pensamento empírico por meio de tarefas que classificam, comparam e identificam os objetos em seus traços comuns, externos (DAVÍDOV, 1988). Esse processo de desenvolvimento do pensamento empírico prevalece atualmente nas escolas brasileiras (ROSA, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016; SANTOS, 2017; ROSA; HOBOLD, 2017). Porém, o pensamento empírico não é o caminho mais efetivo para os dias atuais (DAVÍDOV, 1988).

O nível requerido atualmente é o da consciência e do pensamento teóricos modernos, em que "[...] põe em evidência as passagens, o movimento, o desenvolvimento, graças ao qual pode examinar as coisas de acordo com a natureza própria destas" (DAVÍDOV, 1988, p. 108, tradução nossa). O pensamento teórico é decorrente dos conceitos científicos, no qual se revela a essência do objeto, sua conexão interna. Este pensamento requer que os estudantes considerem os objetos e fenômenos em um sistema que contemple as relações

dentro de uma totalidade. Em outras palavras, para sua efetivação, é fundamental que se compreenda a relação nuclear do conteúdo do conceito, a fim de desvelar sua essência, sua gênese e transformação histórica como expressão do seu princípio universal (DAVÝDOV, 1982).

Deste modo, a organização do ensino focado na aprendizagem de conceitos científicos proporciona aos estudantes a possibilidade de compreender sua origem e desenvolvimento, a partir da unidade entre conteúdo e método. Para Davýdov, ter um conceito formado é saber reproduzir mentalmente o seu conteúdo, a partir de sua essência (relação universal), no movimento que transita entre manifestações de ordem geral, particular e singular.

Nesse movimento, os estudantes realizam o procedimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Para Kopnin (1978, p. 161, grifos do autor), "a *tarefa da abstração* não é separar um dos outros os indícios sensorialmente perceptíveis", mas, por meio deles, "*descobrir novos aspectos no objeto* que traduzam as relações de essência". Assim, a abstração é a mediação do pensamento para a apreensão concreta do objeto. Portanto, o concreto, no pensamento, é entendido como

> o *conhecimento* mais *profundo* e *substancial* dos fenômenos da realidade, pois reflete com o seu conteúdo não as definibilidades exteriores do objeto em sua relação imediata, acessível à contemplação viva, mas diversos aspectos substanciais, conexões, relações em sua vinculação interna necessária (KOPNIN, 1978, p. 162, grifos do autor).

As abstrações elevam o conhecimento do geral ao universal, a partir do experimento objetal. Enquanto o concreto, no pensamento, "fundamenta a conexão do singular com o universal, fornece não uma simples unidade de aspectos diversos" (KOPNIN, 1978, p. 162), mas a identidade desses contrários.

Nessa perspectiva, o ensino escolar é organizado de modo que se desenvolva o movimento de abstração e generalização teórica nos estudantes, durante a atividade de estudo. Para Davídov (1988, p. 171, tradução nossa), a atividade de estudo, como atividade principal dos estudantes, "[...] está vinculada à elevação considerável do nível ideológico teórico do processo didático-educativo na escola primária e contribui no desenvolvimento do pensamento criador autônomo dos estudantes".

Davídov (1988, p. 180, tradução nossa) considera que a atividade de estudo "[...] estimula o pensamento dos estudantes no sentido de explicar o ainda não conhecido, de assimilar novos conceitos e procedimentos de ação [...]". Além disso, visa à transformação do

conteúdo a ser apropriado em forma de conhecimento teórico. É um processo que vai além da aquisição do conhecimento e das ações que os estudantes realizam, mas de mudança interna, de reorganização mental, fundamental para a efetivação da aprendizagem, por meio de 6 (seis) ações (DAVÍDOV, 1988):

> 1. Transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação universal do objeto estudado;
> 2. Modelação da relação universal na forma objetal, gráfica e literal;
> 3. Transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades em 'forma pura';
> 4. Resolução de um sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral;
> 5. Controle da realização das ações anteriores;
> 6. Avaliação da apropriação do procedimento universal como resultado da solução da tarefa de estudo dada (DAVÍDOV, 1988, p. 181, grifo do autor, tradução nossa).

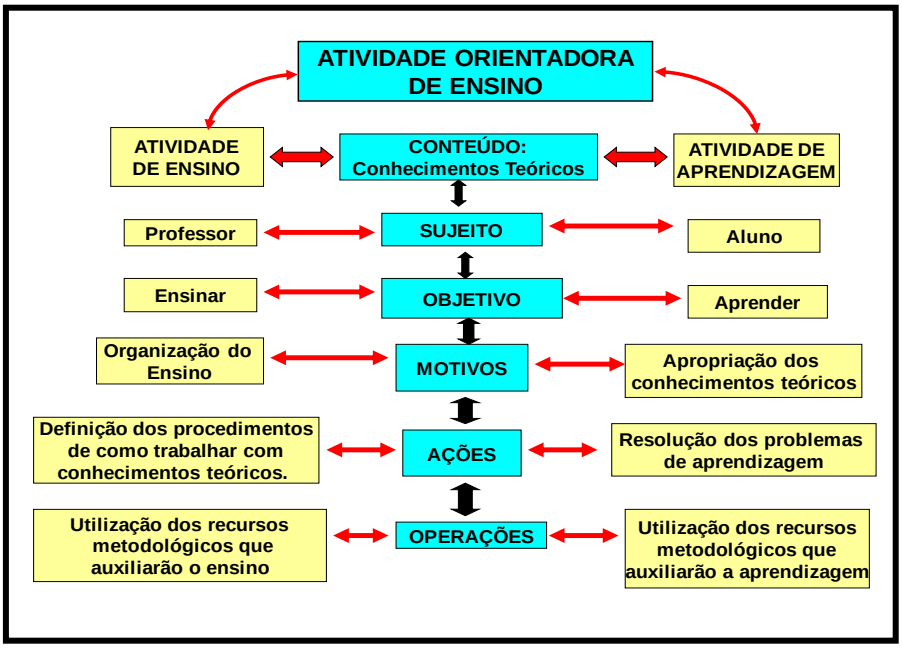
Em síntese, Davýdov (1982) propõe que a educação escolar organize o ensino com a finalidade de promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, a partir da apropriação de conhecimentos científicos. Porém, para que a aprendizagem dos estudantes se efetive em nível teórico, é fundamental que o professor, ao exercer sua atividade de ensino, tenha elementos que subsidiem esse modo de organização de ensino.

Para compreender a relação da atividade do professor com a atividade do estudante, fundamentamo-nos na AOE proposta por Moura e seguidores, em que a organização da atividade de ensino e de aprendizagem possibilita a realização da atividade educativa.

> A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev, ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propor ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (MOURA et al., 2010, p. 96).

Os elementos que caracterizam a AOE possibilitam que ela seja mediadora entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Ambas só podem ser separadas para fins de explicação didática, conforme sintetiza Moraes (2008, p. 116) no esquema a seguir (Figura 1).

Figura 1- Relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem a partir de seus elementos estruturantes



Fonte: Moraes (2008, p. 116).

A AOE constitui "um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento" (MOURA et al., 2010, p. 100).

É importante ressaltar que

> [...] as crianças aprendem nas formas mais diversas de atividade (no jogo, no trabalho, no esporte, etc.). A atividade de estudo tem um conteúdo e uma estrutura especial e há que diferenciá-la de outros tipos de atividade que as crianças realizam tanto na idade escolar inicial como em outras (por exemplo, há que diferenciá-la da atividade lúdica, social - organizativa, laboral, etc.). Além disso, na idade escolar inicial, as crianças realizam outros tipos de atividade, porém, a principal é a de estudo [...] (DAVÍDOV, 1988, p. 159, tradução nossa).

Por essa razão, no decorrer da presente dissertação, adotaremos o termo atividade de estudo em vez de atividade de aprendizagem. Contudo, independentemente da terminologia adotada, os fundamentos das teorias anteriormente expostas são oriundos da mesma vertente filosófica, psicológica e pedagógica.

Essa vertente abre os caminhos trilhados pelos grupos de pesquisa os quais integramos: TedMat/UNISUL [3] e GPEMAHC/UNESC. [4] Ambos constituem a

[3] Líder: Prof.ª Dr.ª Josélia Euzébio da Rosa (UNISUL); vice-líder: Prof. Dr. Ademir Damazio (UNESC).
[4] Líder: Prof. Dr. Ademir Damazio (UNESC); vice-líder: Prof.ª Dr.ª Josélia Euzébio da Rosa (UNISUL).

unidadecatarinense da Rede Nacional de Grupos de Pesquisa, do GEPAPe da Universidade de São Paulo (USP).[5] Trata-se, portanto, de uma produção desenvolvida no âmbito de um coletivo, integrado com outros grupos da unidade catarinense do GEPAPe, cujos pesquisadores são oriundos de três universidades do estado de Santa Catarina (Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, UNISUL e UNESC). O contexto coletivo tem sua relevância, pois "a produção do conhecimento não é um empreendimento isolado. É uma construção coletiva da comunidade científica, um processo continuado de busca [...]" (MAZZOTTI, 2012, p. 27).

Nesse coletivo de pesquisa, realizamos estudos e debates teóricos que envolvem, entre outros, o modo de organização do ensino com a finalidade de desenvolver, nos professores e estudantes, o pensamento teórico. A partir deste objeto mais amplo, assumimos as reflexões sobre as possibilidades de apropriação de conceitos científicos e desenvolvimento do pensamento teórico, no contexto da Educação Matemática. Partimos do pressuposto que o movimento de transformação da sociedade passa, dentre muitos outros, pelos portões do conhecimento científico, o que requer outro modo de organização do ensino, inclusive, da Matemática.

Nessa dinamicidade buscamos, conforme propõe Gamboa (1991), desvelar as possibilidades de mudança na práxis transformadora do objeto investigado: aprendizagem das acadêmicas de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental. O objeto investigado surge a partir das inquietações, no decorrer de nossa trajetória em sala de aula, enquanto professoras de Matemática do Ensino Fundamental II, em que observamos algumas dificuldades dos estudantes com conceitos básicos, como adição, subtração, multiplicação e divisão. Pesquisas atuais (GALDINO, 2016; MATOS, 2017; SANTOS, 2017) indicam que tais dificuldades são, em parte, decorrentes do modo de organização de ensino. Para Neves (2008), as dificuldades, na especificidade da Matemática, são apresentadas não só pelos estudantes, também pelos professores e futuros professores.

Diante desse contexto de fragilidades é que surge a necessidade de estudarmos algumas possibilidades de contribuir com as reflexões sobre a aprendizagem dos futuros professores, em nível de graduação, uma vez que, segundo Ávila e Ortigara (2007), a melhoria da qualidade da formação do educador reflete, diretamente, na qualidade da educação escolar.

[5]O líder do grupo, de abrangência nacional, é o Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, da USP.

A partir desta premissa, realizamos uma investigação experimental, por meio de um experimento didático desenvolvimental[6]. Essa metodologia de pesquisa proposta por Davídov(1988) permite ao pesquisador investigar o desenvolvimento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Davídov (1988), o experimento didático desenvolvimental

> caracteriza-se pela intervenção ativa do pesquisador nos processos psíquicos que ele estuda. Assim, se difere essencialmente do experimento de constatação, que destaca só o estado já formado e presente de uma ou outra estrutura psíquica. A realização do experimento desenvolvimental pressupõe a projeção e modelação do conteúdo das novas formações psíquicas a serem constituídas, dos meios psicopedagógicos e das vias de sua formação. Na investigação dos caminhos para realizar este projeto [...], no processo do trabalho educativo cognoscitivo com os estudantes, pode-se estudar simultaneamente as condições e as leis de origem, de gênese das novas formações mentais correspondentes. Em nosso ponto de vista, o experimento desenvolvimental pode ser chamado de experimento *genético-modelador*, aquele que forma a unidade entre a investigação do desenvolvimento psíquico dos estudantes, a educação e o ensino. Assim, pois, o método genético modelador de investigação aparece como metodologia de educação e ensino experimentais que impulsionam o desenvolvimento (DAVÍDOV, 1988, p. 196, tradução nossa, grifo do autor).

Nossa ação investigativa, operacionalizada por meio de um experimento didático desenvolvimental, foi pensada com base no método do Materialismo Histórico-Dialético. O experimento foi realizado na disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, do curso de Pedagogia da UNISUL, durante o estágio de docência do Mestrado em Educação, no segundo semestre de 2017. Salientamos que o currículo do curso de Pedagogia da UNISUL é estruturado por apenas uma disciplina referente à Educação Matemática. Essa estruturação do currículo é um dos fatores que limitam o desenvolvimento do ensino de Matemática. A disciplina é composta por 60 (sessenta) horas, distribuídas em 15 (quinze) encontros. No ano de 2017 foi ofertada para as acadêmicas do 4º (quarto) semestre. O objetivo geral da disciplina consiste em estudar os fundamentos e metodologias de Matemática para o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A professora titular é licenciada em Matemática e estudiosa da objetivação dos princípios da Teoria Histórico-Cultural na Teoria do Ensino Desenvolvimental e AOE. Desse modo, suas ações de ensino, pesquisa e extensão são sustentadas nas mencionadas teorias. Nesse contexto, a disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos*

[6]Utilizamos os termos experimento didático desenvolvimental por entendermos que é pelo ensino que se aprende e ao aprender que nos desenvolvemos. Porém, não se trata de qualquer ensino, mas um ensino organizado com base nos conteúdos e métodosque possibilitem promover o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes, a partir da apropriação de conhecimentos científicos.

iniciais do Ensino Fundamental, do curso de Pedagogia da UNISUL pressupõe-se promotora de reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática em nível teórico (MATOS, 2017).

No entanto, cabe questionar se os princípios do Ensino Desenvolvimental são realmente efetivados na referida disciplina. Nesta direção, elaboramos o seguinte problema da pesquisa: o que revelam as manifestações das acadêmicas matriculadas na disciplina de *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental* do curso de Pedagogia da UNISUL, referentes ao processo de conhecimento do modo de organização do Ensino Desenvolvimental? Temos, como hipótese, que as manifestações das acadêmicas de Pedagogia, referentes ao processo de conhecimento, revelam a aprendizagem de alguns elementos do modo de organização do Ensino Desenvolvimental. Ela orienta o processo investigativo ao desvelar os *segredos ocultos* encontrados na contradição entre aparência e essência.

Nessa busca pela essência do fenômeno, estávamos cientes de que os resultados encontrados poderiam ser contrários às convicções iniciais. Assim, investigamos as manifestações das acadêmicas matriculadas na disciplina de *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental* do curso de Pedagogia da UNISUL em 2017-2, referentes ao processo de conhecimento do modo de organização do Ensino Desenvolvimental.

Diante da totalidade dos conceitos abordados no decorrer do semestre, fez-se necessário estabelecer um recorte, selecionar um isolado. Conforme ensina Caraça (1951), na impossibilidade de abarcar a totalidade, o pesquisador destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e fatos. Um isolado é uma seção da realidade que o pesquisador recorta, de modo a compreender o fenômeno investigado.

Por conseguinte, a fim de compreender o processo de conhecimento das acadêmicas de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental, optamos pelos conceitos de multiplicação e divisão. Desse modo, o objetivo da pesquisa consiste em investigar o processo de conhecimento das acadêmicas de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental dos conceitos de multiplicação e divisão.

O movimento de constituição da pesquisa foi marcado por um processo dialético, construído por idas e vindas ao longo do caminho trilhado. A trajetória de estudo iniciou-se antes do ingresso no curso de Mestrado em Educação da UNISUL, mais precisamente no segundo semestre letivo de 2015. Na condição de aluna especial, cursei a disciplina de *Teoria do ensino desenvolvimental na Educação Matemática*. A partir das aprendizagens efetivadas

na disciplina elaborei o projeto para participar do processo seletivo do Mestrado, tendo sido aprovada para ingressar, como aluna regular, na turma de 2017/1. Nas primeiras reuniões de orientação elaboramos um cronograma de ações (Anexo A).

Na busca por apreender o fenômeno investigado, guiamo-nos por 6 (seis) ações de pesquisa: 1) estudo dos fundamentos do método Materialismo Histórico-Dialético; 2) aprofundamento da Teoria do Ensino Desenvolvimental e AOE; 3) estudo de tarefas davydovianas e situações desencadeadoras de aprendizagem para o ensino dos conceitos de multiplicação e divisão;4) elaboração deum experimento didático desenvolvimental;
5) apreensão da realidade pesquisada no curso de Pedagogia da UNISUL; 6) descrição, explicação e análise do isolado em movimento por meio de elaboração de episódios formativos. Embora apresentadas sequencialmente, não ocorreram de modo linear, tal como relatamos a seguir.

A primeira ação de pesquisa refere-se ao estudo dos fundamentos do método Materialismo Histórico-Dialético para sustentar os processos de investigação e exposição. Esse estudo ocorreu durante todo o processo investigativo, porém, com ênfase no decorrer do primeiro semestre de Mestrado em Educação (2017-1), nas disciplinas de *Educação e Epistemologia,* e *Tópicos Especiais I: Abordagem dialética nas Pesquisas Educacionais*.

A segunda ação, organicamente vinculada à primeira, consistiu no aprofundamento da Teoria do Ensino Desenvolvimental e AOE como desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural, particularmente a Teoria da Atividade, como fonte filosófica do Materialismo Histórico-Dialético. Este processo de compreensão foi desenvolvido por meio de leituras individuais e coletivas, bem como reflexões no contexto da disciplina *Fundamentos da Teoria Histórico-Cultural I* (2017-1) e dos grupos de pesquisas TedMat e GPEMAHC.

Neste movimento de estudo, em 2017-2, foi necessário compreendermos a objetivação dos fundamentos teóricos no modo de organização de ensino, por meio do estudo de tarefas davydovianas e situações desencadeadores de aprendizagem para o ensino dos conceitos de multiplicação e divisão, a partir da leitura de Crestani (2013, 2016), Rosa, Damazio e Crestani (2014) e Rosa e Crestani (2017a, 2017b), no contexto da terceira ação de pesquisa.

Concomitantemente à terceira ação de pesquisa, realizamos a quarta, por meio da elaboração de um experimento didático desenvolvimental sobre os mencionados conceitos, a ser desenvolvido com as acadêmicas do curso de Pedagogia da UNISUL, contexto em que ocorreu o fenômeno investigado. Porém, no processo de planejamento do experimento,

deparamo-nos com um grau de complexidade para além de nossas expectativas. A simples apresentação das tarefas para as estudantes resolverem seria insuficiente. Havia necessidade de um direcionamento no pensamento das acadêmicas, durante o desenvolvimento das tarefas, com o objetivo de superar as limitações do processo de resolução espontânea, em nível empírico. Mas, por onde as acadêmicas transitariam durante a resolução das tarefas? Quais seriam suas possíveis dúvidas e equívocos? A fim de nos antecipar com o planejamento do processo de resolução das tarefas de modo orientado, desenvolvemos testes-piloto.[7] Os enunciados e o desenvolvimento das tarefas foram sistematizados em *slides* (Anexo B) que foram expostos durante o desenvolvimento da quinta ação.

A quinta ação de pesquisa foi a apreensão da realidade pesquisada, durante o estágio de docência do Mestrado em Educação, no curso de Pedagogia da UNISUL. Acompanhamos os 15 (quinze) encontros semanais, com duração de 3 (três) horas cada, na disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, no segundo semestre de 2017. Deles, assumimos a docência em 2 (dois) encontros, nos quais desenvolvemos as tarefas sobre os conceitos de multiplicação e divisão, com 23 (vinte e três) acadêmicas, todas do sexo feminino, matriculadas na 4ª (quarta) fase do curso. Esses 2 (dois) encontros constituem o recorte da totalidade, enquanto isolado, porém, sem desconsiderar as relações dele com os demais momentos da disciplina.

O isolado foi detalhado por meio da elaboração de episódios formativos no decorrer da sexta ação da pesquisa. Esta envolveu a descrição, explicação e análise do isolado em movimento. Para tanto, consideramos 3 (três) momentos distintos, mas interconectados: 1) primeiro dia de aula (avaliação inicial); 2) no decorrer do semestre (experimento didático desenvolvimental); 3) último dia de aula sobre os conceitos de multiplicação e divisão (avaliação final).Para subsidiar a avaliação final consideramos também a organização de ensino e docência das acadêmicas em turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, a partir da apropriação da aprendizagem.

Esses 3 (três) momentos foram capturados em gravações de áudio, vídeo e registro fotográfico, por meio dos seguintes instrumentos: gravador de voz, filmadora, máquina fotográfica e diário de campo. Registramos as manifestações orais e escritas das

[7] Os testes-piloto foram realizados com pessoas próximas à mestranda: familiares, integrantes do grupo de pesquisa TedMat e acadêmicos da 7ª fase do curso de Pedagogia da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)/Centro de Educação a Distância (CEAD), do polo de Laguna. A cada teste-piloto, o experimento didático desenvolvimental era reelaborado. Este processo foi trabalhoso, mas primordial na constituição do produto final. Esse período foi composto por muitas indagações, estudo, reflexões e reelaborações que auxiliaram na formação da mestranda para a prática docente investigativa que constitui contexto de apreensão de dados para a pesquisa apresentada na presente dissertação.

acadêmicas nas conversas individuais e coletivas durante o desenvolvimento das tarefas e nos relatos de experiência docente.

Os dados capturados nas gravações de áudio e vídeo, durante o experimento didático desenvolvimental, foram transcritos. Mantivemos, nas transcrições, as falas das acadêmicas na íntegra. Organizamos arquivos no *Word*® com a descrição de cada tarefa desenvolvida. Cada arquivo continha a transcrição das falas, a descrição e as fotografias do contexto no qual tais falas ocorreram, e a digitalização das manifestações escritas, que consistem na resolução das tarefas, bem como as avaliações iniciais e finais.

As acadêmicas colaboradoras da pesquisa, ao assinarem o termo de livre consentimento (Anexo C), solicitaram que suas identidades fossem reveladas, por meio da utilização do seu nome real. Estavam cientes de todos os instrumentos e recursos utilizados para a apreensão do fenômeno investigado, como também dos objetivos da pesquisa.

Para analisar o isolado (CARAÇA, 1951), constituído pelo experimento didático desenvolvimental, pela avaliação inicial e avaliação final, adotamos como metodologia de exposição os episódios formativos que se configuram como expressão do isolado (MOURA, 2000).

> Os episódios poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas [...]. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha um impacto imediato [...] o pesquisador, tal como o produtor de cinema, é que faz a leitura dessas várias ações, que parecem isoladas, à procura das interdependências [...] (MOURA, 2004, p. 276).

Ao estruturarmos os episódios formativos, consideramos as cenas que expressam a essência da totalidade investigada para, posteriormente, proceder à discussão teórica. Durante a análise, com base nos fundamentos teóricos anunciados, fomos além da descrição inicialmente realizada, que consistiu apenas em uma etapa da organização dos dados. Foi necessário superá-las, por meio da explicação teórica, na relação dialética entre universal, particular e singular. “O universal implica a riqueza do singular e do particular no sentido de que, apreendendo as leis, ele está refletindo, nessa ou naquela medida, todos os casos particulares de manifestação do singular” (KOPNIN, 1978, p. 108). De acordo com Ferreira Jr. (2013), a investigação científica processa-se com base no princípio da relação dialética existente entre o universal, particular e singular.

> O universal é sempre caracterizado pelas determinações [...] que se repetem no âmago de cada um dos fenômenos particulares. [...] Assim, podemos dizer que o

> processo investigativo consiste em separar, no âmbito da abstração lógica, os elementos que formam a síntese das múltiplas características universais e singulares que explicam um determinado fenômeno particular. Por conseguinte, o resultado da pesquisa sempre resulta em uma análise que açambarca o fenômeno particular [...] (FERREIRA JR., 2013, p. 40).

Neste sentido, no contexto da totalidade do objeto investigado, consideramos a interconexão do universal (modo de organização de Ensino Desenvolvimental) com o singular (manifestações de cada acadêmica), na particularidade (processo de ensino desenvolvido na turma) constituída por 3 (três) momentos: avaliação inicial; experimento didático desenvolvimental; e avaliação final.

No primeiro dia de aula realizamos uma avaliação inicial, a fim de apreender elementos que subsidiassem o processo de sistematização do experimento didático desenvolvimental, de modo a atingirmos os resultados almejados. Assim, propusemos que as acadêmicas desenvolvessem, individualmente, o seguinte instrumento avaliativo:

Figura 2– Instrumento de avaliação

Imagine que você foi convidado (a) para lecionar em uma turma de terceiro ano de uma escola da Rede estadual de Educação, a partir de amanhã.

Você deverá ensinar divisãodurante o período matutino.

É importante ressaltar que o professor anterior ainda não abordou esse conceito.

Você tem até às 22h30min de hoje para planejar essa aula e enviar o plano de ensino ao diretor da escola, com ações detalhadas para o período inteiro, ou seja, cinco aulas sobre divisão.

Além disso, você não tem tempo disponível para pesquisar sobre o assunto. Portanto, o plano de ensino terá que ser elaborado a partir do que você já sabe sobre divisão.

Como você faria esse plano?

Elabore o plano de ensino com todas as situações que você desenvolveria na turma (explicações, experimentos, reflexões, exercícios, atividades...) e entregue até o final da presente aula (22h30min) para a professora Josélia.

Fonte: Elaboração nossa, 2017.

É importante ressaltar que, inicialmente, nosso foco incidia apenas no conceito de divisão e, por isso, no instrumento avaliativo (Figura 2) contemplamos apenas este conceito. O conceito de multiplicação surge durante a terceira ação de pesquisa, momento em que estudávamos a objetivação dos fundamentos teóricos do Ensino Desenvolvimental. Isto porque constatamos que os conceitos de divisão e multiplicação são abordados de modo indissociável.

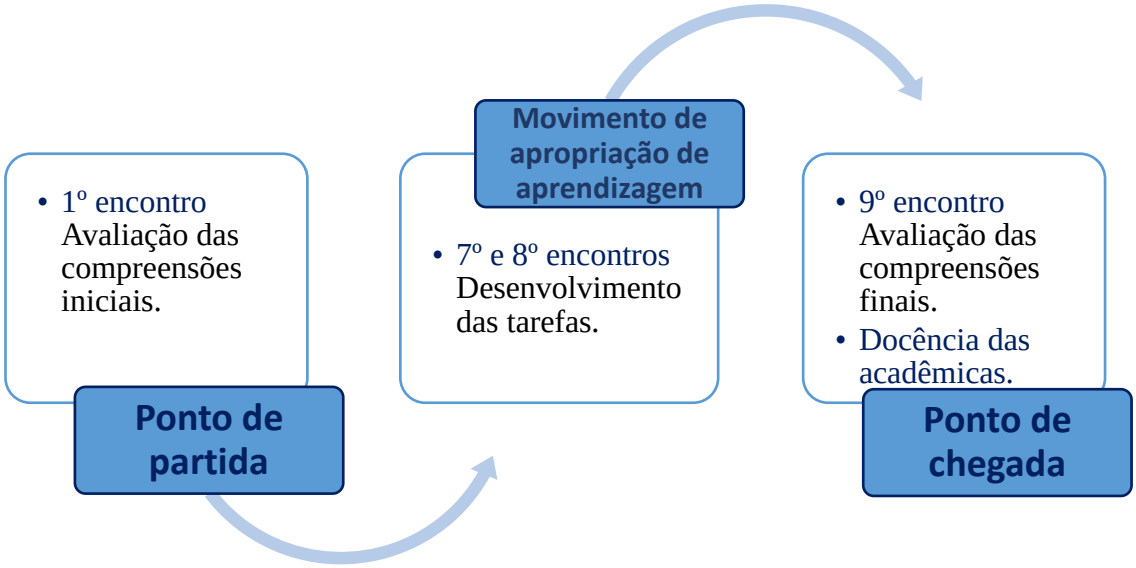
Estruturamos o experimento didático desenvolvimental com 6 (seis) tarefas davydovianas[8], reelaboradas a partir dos estudos de Crestani (2013, 2016), Rosa, Damazio e Crestani (2014) e Rosa e Crestani (2017a, 2017b).

Além das 6 (seis) tarefas mencionadas, acrescentamos 1 (uma), extraída na íntegra do livro didático do 2º ano do Ensino Fundamental I, da coleção *Porta aberta: alfabetização matemática* (CENTURIÓN; TEIXEIRA; RODRIGUES, 2011). Justifica-se a escolha do referido livro por ser o mais utilizado nas escolas da região (HOBOLD, 2014).

Após as reflexões dos conceitos, propusemos o mesmo instrumento avaliativo do primeiro dia de aula (Figura 2), a fim de verificar se os resultados correspondiam ao objetivo a que havíamos nos proposto ao elaborarmos o experimento didático desenvolvimental.

Em síntese, o experimento didático desenvolvimental foi realizado durante 15 (quinze) encontros. Dos quais, 4 (quatro) constituíram-se em contexto de apreensão de dados para a presente pesquisa, conforme o esquema a seguir (Figura 3).

Figura 3 – Esquema-síntese do cronograma de apreensão de dados



Fonte: Elaboração nossa, 2018.

Os dados apreendidos nos 4 (quatro) encontros foram organizados e analisados nos capítulos 2 e 3. O capítulo 2 é constituído pela análise do processo desenvolvido em sala de aula com as acadêmicas de Pedagogia, no qual elaboramos 3 (três) episódios formativos que expressam o movimento percorrido pelas acadêmicas no desenvolvimento das tarefas que

[8]As tarefas davydovianas referentes ao ensino dos conceitos de multiplicação e divisão foram extraídas dos livros didáticos do segundo, terceiro e quarto anos do Ensino Fundamental I (ДАВЫДОВet al., 2012; ДАВЫДОВet al., 2009; ДАВЫДОВ et al., 2011), e do livro de orientação ao professor (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2009).

constituíram o experimento didático desenvolvimental e uma síntese que apresenta alguns dos elementos que sustentam o modo de organização de ensino adotado na pesquisa. O capítulo 3 refere-se à análise da avaliação realizada no primeiro encontro com as compreensões iniciais das acadêmicas comparadas com a avaliação realizada no 9º encontro após o desenvolvimento das tarefas sobre os conceitos de multiplicação e divisão. A seguir, expomos os dados apreendidos.

2 EXPERIMENTO DIDÁTICO DESENVOLVIMENTAL

O presente capítulo é constituído por 3 (três) episódios formativos compostos por cenas extraídas durante a realização do experimento didático desenvolvimental. Este foi elaborado com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental a partir da proposição davydoviana para o ensino de Matemática. As cenas dos episódios formativos foram organizadas em *flashes*[9], nos quais consideramos as falas transcritas, fotografias e figuras significativas captadas no experimento didático desenvolvimental. Essas cenas e os subsequentes *flashes* refletem as manifestações das acadêmicas no processo de resolução e correção de tarefas sobre os conceitos de multiplicação e divisão.

O experimento foi desenvolvido durante todo o semestre letivo de 2017-2, com as acadêmicas matriculadas na disciplina de *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, do curso de Pedagogia da UNISUL. O recorte, na presente pesquisa, incide nas manifestações das acadêmicas durante o desenvolvimento de 6 (seis) tarefas davydovyanas (CRESTANI, 2013, 2016) e de 1 (uma) tarefa elaborada a partir de um dos livros didáticos brasileiros adotados nas escolas da região sul do estado de Santa Catarina (CENTURIÓN; TEIXEIRA; RODRIGUES, 2011) sobre os conceitos de multiplicação e divisão.

Iniciamos a docência no sétimo encontro da disciplina. Nas aulas anteriores, os conceitos de número, adição e subtração foram abordados com base na proposição davydoviana, a partir relação de multiplicidade, divisibilidade e todo-partes de medidas de grandezas discretas e contínuas e sua operacionalização na reta numérica. Em continuidade ao cronograma da disciplina, introduzimos os conceitos de multiplicação e divisão, também com base na proposição davydoviana.

Apresentamos as fontes em que realizamos nossos estudos, e das quais extraímos e reelaboramos as tarefas (CRESTANI, 2013, 2016; ROSA; DAMAZIO; CRESTANI, 2014; ROSA; CRESTANI, 2017a, 2017b). Salientamos que algumas acadêmicas realizaram a leitura prévia dos referidos textos, pois estes constavam na lista de referências do plano de ensino da disciplina. Esse comprometimento por parte das acadêmicas com a realização das leituras complementares foi essencial para aprofundar as reflexões sobre a relação indissociável entre teoria e prática.

[9] Os *flashes* que compõem as cenas foram organizados conforme a sequência das falas e acontecimentos ocorridos no experimento didático desenvolvimental. Desse modo, utilizamos números que indicam a enumeração dos *flashes* nas cenas. No decorrer do texto, os *flashes* e os seus números correspondentes serão identificados pelo número e pela letra F.

O espaço físico foi organizado de modo que as carteiras da sala de aula estivessem posicionadas em formato de “U”, a fim de possibilitar às acadêmicas uma visão ampla de suas colegas e das professoras e facilitar a comunicação entre todas, conforme fotografia 1.

Fotografia 1 - Organização do espaço físico da sala de aula

Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

Como recurso para o desenvolvimento das tarefas, utilizamos *slides* (Anexo B) refletidos no quadro da sala de aula e o próprio quadro para realizar os registros desencadeados a partir das tarefas, movimentos e desenhos produzidos no *Power Point*. Além disso, utilizamos recipientes com líquido na primeira tarefa, na qual realizamos um experimento objetal.

Na sequência apresentamos 3 (três) episódios formativos que expressam o processo percorrido pelas acadêmicas. O episódio formativo 1 trata da natureza do pensamento teórico (tarefa 1). O episódio formativo 2 refere-se as dificuldades vivenciadas pelas acadêmicas oriundas da Educação Básica (tarefas 2, 3, 4 e 5). E o episódio formativo 3 apresenta indícios do arrefecimento de tais dificuldades (tarefas 6 e 7). Ao final do capítulo, para subsidiar a análise teórica dos 3 (três) episódios formativos, revelaremos os princípios didáticos que sustentam o modo de organização de Ensino Desenvolvimental.

2.1 EPISÓDIO FORMATIVO 1 – NATUREZA DO PENSAMENTO TÉORICO

O presente episódio formativo é constituído por 2 (duas) cenas (cena 1 e cena 2), nas quais expressamos o movimento realizado durante a resolução coletiva da tarefa 1 com as acadêmicas. Esse movimento teve como ponto de partida a relação entre medidas, a partir de um experimento objetal que envolvia a grandeza volume. No experimento ocorreu a revelação

e a transformação dos elementos, além da modelação da relação universal dos conceitos de multiplicação e divisão nas formas objetal e gráfica por meio de elementos algébricos, geométricos e aritméticos.

2.1.1 Cena 1 – O pensamento teórico como ponto de partida no contexto do experimento objetal

Na presente cena refletimos sobre a origem do pensamento teórico no contexto do experimento objetal. Essa cena é composta pela análise da primeira parte do processo de resolução coletiva da tarefa 1, na qual apresentamos, primeiramente, o volume de líquido a ser medido (K) e a unidade de medida básica (A), conforme fotografia 2[10]:

Fotografia 2 - Volume de líquido a ser medido (K) e a unidade de medida básica (A)

Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

A partir dessa informação, surge a questão central: o volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A? O ponto de partida para a resolução da tarefa é a relação entre medidas de grandezas, ou seja, a medição da grandeza volume. Nesse sentido, há a necessidade de revelar o valor aritmético do volume de líquido com medida algébrica K a partir da unidade que expressa a capacidade do recipiente A (unidade de medida básica). Assim, não tínhamos um valor específico para K. Poderia ser 10, 20, 30... Enfim, qualquer valor. Trata-se, portanto, de uma tarefa de caráter geral, conforme enunciado a seguir:

Tarefa 1 – Medição da grandeza volume por meio da transferência de líquidos

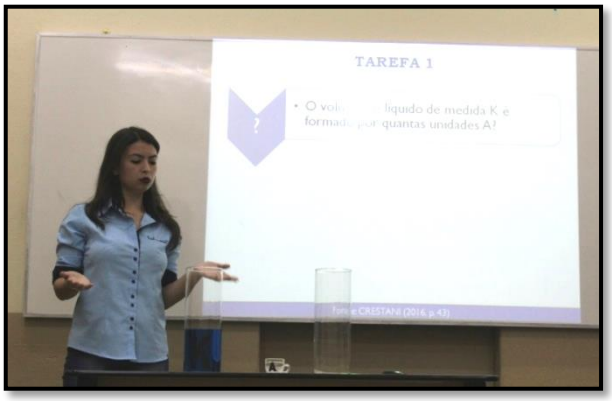
O volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A?

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2016, p. 43).

[10] É importante destacar que volume e capacidade são grandezas distintas. No caso do recipiente menor, o volume de líquido a ser considerado na tarefa equivale à medida de sua capacidade. O que não ocorre com o recipiente maior, no qual o volume de líquido de medida K não ocupa metade de sua capacidade.

A cena 1 é composta por sessenta e um *flashes* (61F), capturados durante a resolução da tarefa 1, no contexto coletivo. No desenvolvimento da presente tarefa, era imprescindível considerar a relação entre medidas de grandezas por meio da medição da grandeza volume. Desse modo, por meio do experimento objetal, as acadêmicas sugeriram que realizássemos a transferência do líquido de volume K com o recipiente com capacidade A. Visto que este procedimento seria demorado, direcionamos as reflexões a fim de gerar a necessidade de realizar a transferência com um recipiente maior que A, denominado por unidade de medida intermediária. Assim, a relação universal dos conceitos de multiplicação e divisão foi revelada a partir do experimento objetal, conforme *flashes* a seguir:

01· NILMA: –[...] a gente não sabe a quantidade que tem.
02· FABIANA: – Então, precisa de uma medida maior.
03· MESTRANDA: – Tá, uma medida intermediária. Mais alguma sugestão? [*sic*]
04· SILVIA: – Mas a medida intermediária já é o A, né [*sic*]?
05· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
06· MESTRANDA: – A Fabiana sugeriu...
07· FABIANA: –Uma outra medida. Uma medida intermediária que não seja A.
08· MESTRANDA: – Mas para que uma outra medida?
09· FABIANA: – Para não ter que fazer tantas vezes, porque o A é muito pequeno.
10· MESTRANDA: – Mais alguém tem alguma outra sugestão?
11· MARGARIDA: – Precisava de um outro recipiente para passar o líquido.
12· MESTRANDA: – Então, eu tenho aqui um outro recipiente como a Margarida sugeriu, do mesmo formato e tamanho, certo? Qual é a sugestão agora?
13· Fotografia 3 – Introdução do terceiro recipiente a partir da sugestão de Margarida



Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

14· MESTRANDA: – Já temos outro recipiente. Vou utilizar a capacidade de A para fazer a transferência?
15· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
16· MESTRANDA: – Então, a sugestão de vocês é fazer a transferência [com a medida A]. Mas será que vai ser demorado?

17· ACADÊMICAS: – Eu acho que vai.
18· MESTRANDA: – Trabalhoso?
19· ACADÊMICAS: – Vai.
20· MESTRANDA: – Então, qual seria a sugestão?
21· ANA CAROLINA: – Eu acho que tem que ser outro recipiente maior que A e não do tamanho do K.
22· MESTRANDA: – Então, surge o recipiente com capacidade C.
23· Fotografia 4 – Introdução da unidade de medida intermediária

Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

24· MESTRANDA: – Como que nós podemos denominá-la? Já surgiu essa questão na sala.
25· ACADÊMICAS: –Unidade de medida intermediária.
26· MESTRANDA: –Unidade de medida intermediária, porque nós temos K que representa o quê?
27· ACADÊMICAS: –O total.
28· MESTRANDA: –Comparando C com K, ele é intermediário. E comparando com A também é intermediário. Então temos três medidas diferentes, quais são elas?
29· ACADÊMICAS: –K, C e A.
30· MESTRANDA: –O que representa o K?
31· ACADÊMICAS: –O total.
32· MESTRANDA: –Temos C?
33· ACADÊMICAS: –Medida intermediária.
34· MESTRANDA: –Qual é a outra?
35· ACADÊMICAS: –A.
36· MESTRANDA: –A, unidade de medida básica. Então, para fazer uma transferência mais rápida, do que nós precisamos?
37· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
38· MESTRANDA: –Vamos ver quais são as opiniões?
39· MARGARIDA: –Eu acho que tu usa a básica para colocar em C pra ver quanto vai dar [*sic*].
40· MESTRANDA: –E depois?
41· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
42· MESTRANDA: –Então, a sugestão é transferir o líquido com C?
43· JÚLIA: –Acho que seria pegar o C para ver quantos A cabe em C e depois quantos C cabe dentro do K [*sic*].
44· MESTRANDA: –Como que eu faço para saber quantos C têm em K?

45· ANA CAROLINA: –Eu acho que é duas vezes o C, né [*sic*].
46· MESTRANDA: –Então, eu pego o líquido, passo para o C e passo para cá (aponta para o recipiente igual a K que está vazio) até acabar o líquido. É isso?
47· ACADÊMICAS: –Isso.
48· MARGARIDA: –Isso, mas primeiro passa o A para o C.
49· MESTRANDA: –Preciso de uma ajudante aqui. Quem pode ser voluntária?
50· Fotografia 5 – Participação de Clarice no experimento objetal

Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

51· _____: Momento da transferência do líquido do recipiente K, por meio da unidade básica A para o recipiente C, unidade de medida intermediária (Fotografia 5). Em síntese, A coube três vezes em C.
52· MESTRANDA: –Então, sabemos que A cabe quantas vezes em C?
53· ACADÊMICAS: –Três vezes.
54· MESTRANDA: –Qual é o próximo passo?
55· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
56· FABIANA: –Passar o líquido do C para o recipiente vazio.
57· _____: Momento da transferência do líquido do recipiente K, por meio da unidade de medida intermediária C para o recipiente vazio, igual a K.
58· MESTRANDA: – Então, C coube quantas vezes em K?
59· ACADÊMICAS: –Cinco.
60· MESTRANDA: –Uma vez, duas vezes, três vezes, quatro vezes, cinco vezes (Fotografia 6).
61· Fotografia 6 – Contagem da quantidade de unidades de medidas intermediárias

Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

As reflexões desencadeadas pelo processo de resolução da tarefa geraram a seguinte necessidade: "*Precisava de um outro recipiente para passar o líquido*" (MARGARIDA, 11F). Nesse momento, apresentamos outro recipiente do mesmo formato e capacidade de medida K. A partir daí, instigamos as acadêmicas a pensarem se a transferência com a unidade de medida A seria demorada e trabalhosa por ser muito pequena (16F; 18F). As acadêmicas concluíram que sim, e aí surge a reflexão sobre possibilidades de agilizar o processo.

A partir da necessidade de transferir o líquido de modo mais rápido, Ana Carolina (21F) sugere: "*Eu acho que tem que ser outro recipiente maior que A e não do tamanho do K.*" Assim, apresentamos o recipiente com capacidade de medida C (22F; 23F). "*Como que nós podemos denominá-la? Já surgiu essa questão na sala*" (MESTRANDA, 24F). Essa questão foi uma sugestão de Fabiana (7F) no início da resolução coletiva, a inserção de "*uma outra medida. Uma medida intermediária que não seja A*", a qual surgiu da necessidade de "[...]*não ter que fazer tantas vezes, porque o A é muito pequeno*" (FABIANA, 9F). O contexto da tarefa instigou as acadêmicas a refletirem sobre a superação de uma necessidade gerada no processo de resolução. Essa necessidade de transferir o líquido com mais agilidade orientou o pensamento das acadêmicas no sentido de explicar o ainda não conhecido e de buscar uma possibilidade de solução. A situação geradora dessa necessidade possibilitou que as acadêmicas se colocassem em atividade de estudo.

Portanto, é a partir da necessidade de uma unidade de medida maior, tal como ocorreu historicamente (CARAÇA, 1951), que surgiu a unidade de medida intermediária (C). Em relação à medida K (todo) e à medida A (unidade de medida básica), a medida C (unidade de medida intermediária) possui um tamanho intermediário. Assim, com base nos elementos revelados, surge outro questionamento: "[...] *temos três medidas diferentes, quais são elas?*" (MESTRANDA, 28F). A síntese coletiva foi que K representa o todo, C representa a unidade de medida intermediária e A representa a unidade de medida básica.

Ao retomar como seria realizado o procedimento de transferência de líquido de modo mais rápido, Margarida (39F) sugere: "*Eu acho que tu usa a básica* [A] *para colocar em C pra ver quanto vai dar [sic]*". Na sequência, Júlia (43F) complementa: "*Acho que seria pegar o C para ver quantos A cabe em C e depois quantos C cabe dentro do K [sic]*". Por sugestão das acadêmicas, a mestranda (51F) transfere uma parte do líquido do recipiente com medida K, com unidade básica A, para o recipiente com medida C, unidade de medida intermediária. A partir da análise dessa transferência, há indícios de que as

acadêmicas concluíram que a unidade de medida intermediária C corresponde a 3 (três) vezes a unidade de medida básica A (C = 3A).

Em outras palavras, A coube 3 (três) vezes em C, $\frac{C}{A} = 3$. Assim, houve a revelação e transformação dos dados: a unidade de medida considerada passa a ser outra, por meio da transformação da unidade de medida básica em intermediária (CRESTANI, 2016).

Os valores não estão diretamente dados no enunciado e nem no plano objetal, como comumente se faz no ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil (ROSA, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016). Para revelá-los é necessário que se estabeleça relação entre medidas de grandezas envolvidas durante a realização concreta de um experimento objetal. O próximo passo, conforme expressou Júlia (43F), foi verificar quantas vezes C (unidade de medida intermediária) coube dentro do K (todo). Desse modo, o volume de líquido com medida K foi transferido para o recipiente vazio, por meio da unidade de medida intermediária C. Após a transferência, as acadêmicas concluíram que C coube 5 (cinco) vezes em K ($\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{C}} = 5$ ou K = 5C). Mas ainda resta o problema central da tarefa (o volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A?).

Assim, a questão central da tarefa ainda não foi respondida, mesmo após o experimento objetal com a transferência de líquido, a resposta ainda não está posta. Esse experimento objetal possibilitou que as acadêmicas realizassem a transformação dos dados. Primeiramente, afirmaram que a transferência do líquido por meio da unidade de medida A (de um em um) seria mais demorada e trabalhosa. A partir da necessidade de realizar a transferência de líquido de modo mais rápido, elas sugeriram a unidade de medida intermediária (contagem por agrupamentos).

Durante o experimento objetal, concreto ponto de partida, o foco das reflexões era para a grandeza volume e não para os objetos envolvidos, as acadêmicas revelaram os elementos que constituem a relação essencial, universal dos conceitos de multiplicação e divisão: unidade de medida básica (A), unidade de medida intermediária (C) e o todo (K). A relação entre esses elementos (medidas distintas de uma determinada grandeza), revelada no experimento objetal, geradora dos conceitos de multiplicação e divisão, será reproduzida por meio de símbolos, para auxiliar na compreensão coletiva da resposta para a questão central da tarefa.

Mas, esse experimento objetal é empírico ou teórico? Em outras palavras, o empírico é ponto de partida para se chegar ao teórico? De acordo com Davídov (1988, p. 132, tradução e grifo nossos), o pensamento teórico

> sempre está internamente ligado com a realidade dada em forma sensorial. Exatamente o pensamento teórico (e de nenhuma maneira o empírico) realiza em plena intensidade as possibilidades cognoscitivas que a prática objetal-sensorial, recriadora em sua essência experimental das ligações universais da realidade, abre perante ao ser humano (DAVÍDOV, 1988, p. 132, tradução e grifo nossos).

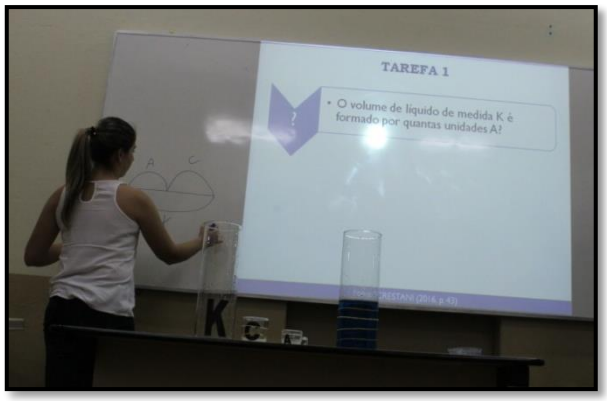
Na tarefa em análise, a resposta não está empiricamente dada no plano concreto, será revelada por meio de elementos abstratos. Isso porque o movimento de redução do concreto ao abstrato aparece "como momento subordinado, como meio" para o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto (DAVÍDOV, 1988, p. 148, tradução nossa, grifo nosso), conforme movimento apresentado na cena 2.

2.1.2 Cena 2 – Movimento de redução do concreto ao abstrato como meio para o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto

Essa cena é composta por sessenta *flashes* (60F), extraídos do segundo momento de resolução da tarefa 1, no contexto coletivo, como continuidade dos *flashes* expostos na cena 1. Na presente cena, evidenciamos o movimento de redução do concreto ao abstrato como meio para o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto. Esse representou uma etapa significativa percorrida pelas acadêmicas no processo de modelação da relação essencial, universal, dos conceitos de multiplicação e divisão desde o plano objetal até as representações gráficas (esquema e reta numérica).

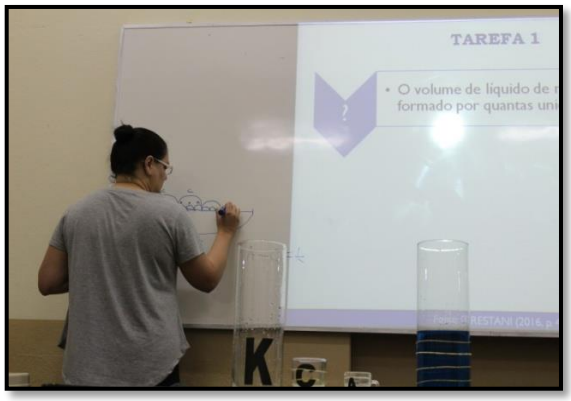
01· MESTRANDA: –Então, a partir dessas informações [apresentadas na cena 1] respondemos à questão? [O volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A?]
02· ACADÊMICAS: – Ainda não.
03· MESTRANDA: – Mas a partir dessas informações, com a transferência do líquido, conseguimos responder?
04· ACADÊMICAS: –Sim, conseguimos.
05· MESTRANDA: –Como vocês fariam?
06· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
07· CLARISSE: –C é igual a 3A.
08· MESTRANDA: –Certo.
09· CLARISSE: –K é igual a 5C. E depois tenho que multiplicar o cinco pelo três.
10· MESTRANDA: –Todo mundo concorda?
11· JOSÉLIA: –Eu não entendi.
12· ALGUMAS ACADÊMICAS: –Eu também não entendi.
13· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.

14· JULIANA: –A lógica é essa, mas as crianças não vão ter essa lógica que tem na explicação da Clarisse.
15· NILMA: –Eu nem entendi o que a Clarisse falou.
16· CLARISSE: –Ai, gente! Eu falei que C é igual a 3A, e que o C é igual [pausa de reflexão], não, é que um K é igual a 5C. Só isso que eu falei.
17· NILMA: –Ah, tá, te entendi [*sic*]. Então, aí tem que montar o problema.
18· CLARISSE: –Tem que fazer na reta.
19· MESTRANDA: –Mais alguma sugestão?
20· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
21· JOSÉLIA: –Patrícia, vai lá e faz como você está sugerindo para a gente entender.
22· Fotografia 7 – Primeiro esboço do esquema



Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

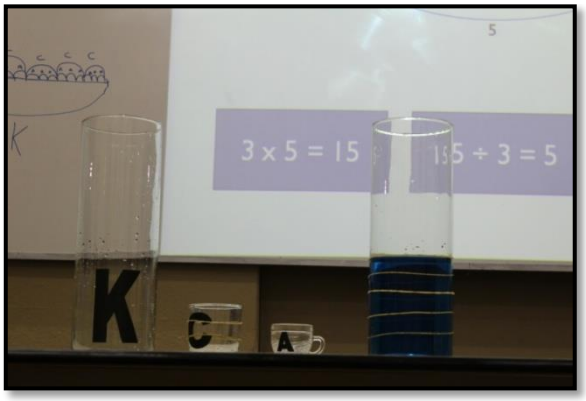
23· PATRÍCIA: –Eu pensei isso, mas não é.
24· MESTRANDA: –Por que tu achas que não dá?
25· PATRÍCIA: –Porque teria que fazer a fórmula, agora não me lembro a fórmula. Não sei se é A dividido, não sei se é dividido por C que é igual a K. Não sei.
26· JOSÉLIA: –Será que não dá para fazer por aquele esquema lá?
27· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
28· _____: Silvia vai até o quadro e representa os dados da tarefa por meio de outro esquema (Fotografia 8).
29· Fotografia 8 – Reelaboração do esquema



Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

30· JOSÉLIA: –Ou seja, a Patrícia tinha razão, dava para partir do esquema, ok?

31· ACADÊMICAS: –Sim.
32· MESTRANDA: –Vocês concordam com o que a Silvia está fazendo?
33· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição. Algumas responderam que sim e outras que não. Não houve um consenso.
34· NILMA: –A cabe dentro do C.
35· SILVIA: –A cabe três vezes dentro do C. C cabe cinco vezes dentro do K.
36· ACADÊMICAS: –Isso mesmo (aplausos).
37· NILMA: –O nosso raciocínio foi o mesmo.
38· MESTRANDA: –Muito bem representado. Mas chegamos à resposta para essa questão?
39· _____: Momento de silêncio.
40· MESTRANDA: –O volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A? Está aqui representado (aponta para o esquema da fotografia 5). Mas, que operação podemos utilizar?
41· ACADÊMICAS: –Multiplicação.
42· _____: Na sequência, as acadêmicas discutem sobre a operação de multiplicação: 3 × 5. Essa operação é representada na reta numérica.
43· MESTRANDA: –Então, agora vamos verificar como fica na reta numérica [a reta já foi objeto de reflexão nas aulas anteriores] a partir da sugestão de vocês? Então, temos a reta numérica. Temos três unidades, três vezes um? (3× 1= __).
44·ACADÊMICAS: –Três.
45· MESTRANDA: –Três o quê?
46·ACADÊMICAS: –Três A.
47· MESTRANDA: –Três unidades de A. Três vezes dois? (3× 2 = __).
48·ACADÊMICAS: –Seis.
49· MESTRANDA: –Seis o quê?
50·ACADÊMICAS: –Seis unidades de A.
51· MESTRANDA: –Três vezes três? (3× 3 = __).
52·ACADÊMICAS: –Nove.
53· MESTRANDA: –Nove o quê?
54·ACADÊMICAS: –Nove unidades de A.
55· MESTRANDA: –Três vezes quatro? (3× 4 = __).
56·ACADÊMICAS: –Doze unidades de A.
57· MESTRANDA: – Três vezes cinco? (3 × 5 = __).
58·ACADÊMICAS: –Quinze unidades de A.
59· _____: Após tal conclusão, refletimos sobre a operação da divisão a fim de analisar o movimento operacional inverso que possibilita a averiguação do resultado (Fotografia 9).
60· Fotografia 9 – Averiguação do resultado da operação 3×5 = 15 por meio de sua inversa 15 ÷ 3 = 5



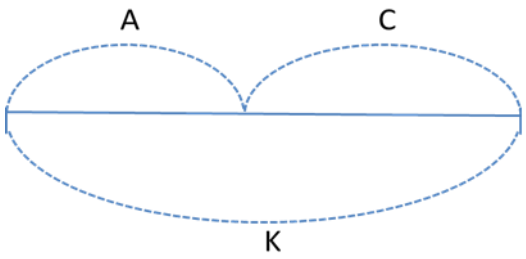
Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

Os *flashes* apresentados na cena 2 mostram a continuidade da resolução da tarefa 1, pois na cena 1 as acadêmicas ainda não responderam ao problema central. Mas, por meio do experimento objetal, revelaram os elementos essenciais da tarefa e a relação interna dos mesmos, a universal. Esta deu origem à modelação objetal (60F), na qual K representa o todo, C representa a unidade de medida intermediária e A representa a unidade de medida básica.

A partir dessas informações, questionamos como fariam para responder ao problema central da tarefa (5F). Clarisse sintetizou que "*C é igual a 3A*" (7F), "*K é igual a 5C*" (9F) e concluiu: "*E depois tenho que multiplicar o cinco pelo três*" (9F). A fala de Clarisse é constituída de significações algébricas, aritméticas e geométricas. A fala como um todo está sustentada na significação geométrica que consiste na grandeza contínua volume e a ligação interna de suas medidas. Quando a acadêmica refere-se aos valores das medidas na forma literal (C ou K), trata-se de elementos algébricos, pois utiliza letras para representar um valor desconhecido. A significação aritmética é expressa quando esta sugere multiplicar o cinco pelo três.

Porém, algumas acadêmicas ainda não haviam compreendido a síntese apresentada por Clarisse. Ao conversarem com o intuito de compreenderem o movimento operacional gerador do resultado (20F), observamos que Patrícia propõe a representação dos dados por meio de um esquema e sugerimos que a mesma fosse ao quadro (21F) apresentar sua reflexão para a turma, pois vislumbramos ali a gênese de um profícuo processo desencadeador da modelação geométrica. A seguir, reproduzimos o esquema elaborado por Patrícia (Figura 4).

Figura 4 – Esquema elaborado pela acadêmica Patrícia (22F)



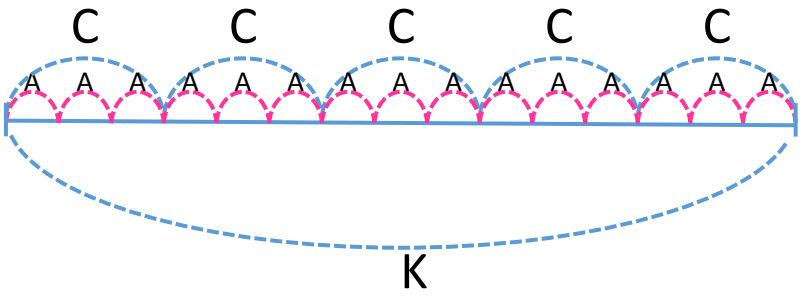
Fonte: Elaboração da mestranda, com base na produção de Patrícia, 2017.

Após representar os elementos que compõem a tarefa no esquema, Patrícia (23F; 25F) expressa: "*Eu pensei isso, mas não é*" [...] "*porque teria que fazer a fórmula, agora não me lembro a fórmula. Não sei se é A dividido, não sei se é dividido por C que é igual a K. Não sei*". É importante destacar a relevância da proposição de Patrícia para início do processo

de abstração e para a revelação do movimento operacional oculto no plano objetal. Destaca-se, ainda, a clareza da acadêmica ao concluir que seu esquema não representa a relação revelada no plano objetal.

Na tentativa de mostrar que é possível representar por meio de esquema, no *flash* 28F, Silvia vai até o quadro e elabora o esquema a seguir (Figura 5):

Figura 5 – Esquema proposto pela acadêmica Silvia (29F)

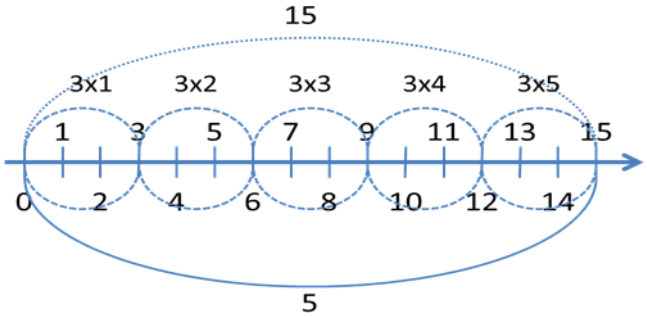


Fonte: Elaboração da mestranda, com base na produção de Silvia, 2017.

Silvia, ao fazer o esquema no quadro, coloca em evidência a relação realizada no plano objetal entre os valores A, C e K: "*A cabe três vezes dentro do C. C cabe cinco vezes dentro do K*" (SILVIA, 35F). As demais acadêmicas constatam que o esquema elaborado por Silvia expressa o movimento operacional realizado na transferência do líquido (36F).

Nesse momento questionamos: "*[...] mas chegamos à resposta para essa questão?*" (38F) "*[...] que operação podemos utilizar?*" (40F). As acadêmicas respondem que é a multiplicação (41F). E discutem sobre tal operação (3 × 5) e sua inversa (15 ÷ 3). Ambas foram expressas na reta numérica, conforme figura 6:

Figura 6 – Representação na reta numérica das operações 3 × 5 = 15 e 15 ÷ 3 = 5



Fonte: Elaboração da mestranda, 2017.

A figura 5 consiste na representação literal (algébrica) dos valores no contexto geométrico (esquema). Na figura 6, os mesmos valores foram representados na forma aritmética na reta numérica (contexto geométrico do conceito de número). Portanto, a mesma relação objetal, em um primeiro momento representada na forma mais geral (Figura 5) depois foi expressa na forma singular (Figura 6) com o intuito de evidenciar o resultado (15). Assim, a partir da análise do movimento operacional, expresso na reta numérica, as acadêmicas concluem que o volume de líquido de medida K é formado por 15 unidades A (58F).

É importante ressaltar que, nesse momento, a maioria das acadêmicas já abstraiu o plano objetal, pois já captaram o movimento operacional subjacente ao movimento de transferência do volume de líquido. A reprodução no esquema e na reta numérica possibilita que as acadêmicas expressem a relação de multiplicidade e divisibilidade entre quaisquer medidas independentemente da grandeza considerada. É possível visualizar no esquema ou na reta o volume de líquido ou o recipiente? Não, mas a relação entre medidas está presente nessas representações gráficas.

As acadêmicas percorreram um movimento de pensamento orientado do plano objetal ao gráfico, em nível teórico, pois o foco das reflexões consistia na relação interna dos valores envolvidos e não se limitava à sua aparência externa.

Nas representações gráficas (Figuras 5 e 6), poderíamos utilizar a grandeza comprimento (grandeza contínua)? Poderíamos distribuir doces (grandeza discreta)? Para ambas as perguntas a resposta é sim. Já não importa mais a grandeza considerada, mas a relação essencial, universal: unidade de medida básica, unidade de medida intermediária, total de unidades de medidas básicas e intermediárias.

> O concreto é concreto por ser a síntese de múltiplas determinações, logo, unidade da diversidade. É por isso que ele é para o pensamento um processo de síntese, um resultado, e não um ponto de partida, apesar de ser o verdadeiro ponto de partida e, portanto, igualmente o ponto de partida da observação imediata e da representação (MARX, 2003, p. 248).

Em síntese, no episódio formativo em análise, as acadêmicas percorreram o movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Os dados extraídos do experimento objetal foram revelados, transformados e modelados, mas as propriedades internas da relação essencial permaneceram em todo o processo. Portanto, as representações, tanto no plano objetal quanto em nível mais abstrato (por meio de símbolos), representam a forma universal do objeto, em nível teórico. Com exceção de um único momento, quando Clarisse afirmou: "*K é igual a 5C. E depois tenho que multiplicar o cinco*

pelos três" (9F). Por que isso ocorreu? Refletiremos sobre essa questão no próximo episódio formativo.

2.2 EPISÓDIO FORMATIVO 2 – DIFICULDADES ORIUNDAS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Caro leitor, antes de iniciar a leitura do presente episódio formativo, sugerimos que você represente, por meio de desenhos, as seguintes operações: 20 ÷ 4 = ___; 12 ÷ 3 =___; 3 × 4 = ___; 18 ÷ 3 = ___; 17 ÷ 3 = ___. Seus desenhos irão subsidiar as reflexões que permearam a análise no episódio formativo 2. O presente episódio formativo é constituído por quatro cenas (cena 1, cena 2, cena 3 e cena 4) que expressam a presença de algumas dificuldades, oriundas da Educação Básica, vivenciados pelas acadêmicas. Salientamos que estas dificuldades oriundas da Educação Básica são reflexos do modo de organização do ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, que:

> [...] cultiva nas crianças somente um tipo de pensamento, em seu momento minuciosamente descrito pela lógica formal: o pensamento empírico. Para este, é característica uma relação cotidiana, utilitária para as coisas e por isto é contrário à valorização e compreensão teórica da realidade. O pensamento empírico tem seus tipos específicos de generalização e abstração, seus procedimentos peculiares para formar os conceitos, os que justamente obstaculizam a assimilação plena, pelas crianças, do conteúdo teórico dos conhecimentos [...] (DAVÍDOV, 1988, p. 05, tradução nossa).

Assim, o pensamento empírico formado nas acadêmicas obstaculiza a formação do conhecimento teórico, pois as abstrações e generalizações empíricas "não podem servir de base para avanços qualitativos no desenvolvimento do pensamento dos estudantes"(DAVÍDOV, 1988, p. 167, tradução nossa).

Apresentamos, na sequência, as dificuldades vivenciadas pelas acadêmicas durante a interpretação e resolução das tarefas 2, 3, 4 e 5, nas quais se depararam com o desafio de explicitar o movimento operacional subjacente às respectivas tarefas.

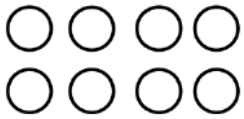
2.2.1 Cena 1 – Movimento operacional das operações de divisão e multiplicação

A cena 1 refere-se à análise da tarefa 2, na qual consta uma sequência incompleta de círculos e uma operação de divisão a ser finalizada. Em tal sequência não se explicita, visualmente, o valor do todo. Coube às acadêmicas interpretarem e revelarem os elementos

constituintes do problema a ser resolvido a partir do enunciado. Este apresenta a contagem de um em um, modo que fez parte do processo histórico e social de contagem primitiva paragrandes quantidades. Porém, surge a contagem por agrupamentos (unidade de medida intermediária), tal como ocorreuno desenvolvimento histórico da humanidade, por meio daqual se realiza com mais agilidade o processo de cálculo, elemento essencial nasoperações de multiplicação e divisão. Segue o enunciado da tarefa 2:

Tarefa 2 – Contagem por agrupamentos

Uma criança do 1º ano contou 20 círculos, para tal, contou-os de um em um. Alice, estudante do 2º ano, contou a mesma quantidade de círculos, porém realizou a contagem de modo diferente, utilizou uma unidade de medida intermediária composta por quatro (4) círculos. Quantas medidas intermediárias Alice contou?



20 ÷ ___

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2013, p. 21).

Essa cena é consituida por vinte e sete *flashes* (27F), capturados a partir das reflexões iniciais que geraram o processo de interpretação e resolução da tarefa 2, pelo trio composto pelas acadêmicas Clarisse, Fabiana e Juliana. No decorrer da análise, revelamos a causa das dificuldades das acadêmicas em compreender e operacionalizar a tarefa proposta, conforme segue.

01· FABIANA: – Nós temos vinte [unidades básicas].
02· CLARISSE: –Que vai ser o K [uma referência à tarefa 1].
03· JULIANA: –Na reta numérica ficaria vinte.
04· FABIANA: –Mas aquela vez [tarefa 1] nós usamos o K, porque não tinha a unidade. A gente não sabia quanto valia o K. Nesse já temos vinte círculos.
05· CLARISSE: –Então, a gente quer saber quantas vezes [a medida intermediária] se repetiu.
06· JULIANA: –Porque quando a gente tem o produto, a gente tem uma divisão.
07· FABIANA: –Sim. Então, a gente tem vinte e aí a menina lá contou de um em um.
08· CLARISSE: –A gente quer saber quantas vezes quatro cabe em vinte.
09· FABIANA: –Só que Alice, ela pensou em uma unidade de medida intermediária. Ela foi fazendo quatro em quatro. Aí o vinte e quatro vai até o dezoito. Ai, gente, não, não.
10· JULIANA: –Ela utilizou a medida intermediária composta por quatro círculos.
11· _____: Aqui o trio faz uma pausa no diálogo, pensa um pouco e depois retorna.
12· FABIANA: –A gente tem vinte, Ju. E ela fez quatro em quatro.

13· JULIANA: –Eu já sei a resposta, isso que dá raiva. É cinco. Mas como vamos chegar? (risos)
14· FABIANA: –A minha dificuldade deve ser a mesma que a tua. A gente sabe que vinte dividido por quatro é cinco. Mas quando a gente vai fazer aqui a divisão parece mais fácil. Mas o problema depois é a multiplicação, que nós temos que pensar de que forma que é quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro. E a gente faria...
15· CLARISSE: –A gente tem o total que é o vinte, aí a gente tem a unidade de medida [intermediária] que ela contou que foi quatro. Então, é vinte dividido por quatro.
16· FABIANA: –O que a gente quer descobrir...
17· CLARISSE: –Quantas vezes o quatro [a unidade de medida intermediária] se repetiu dentro do vinte.
18· JULIANA: –Quantas unidades de medida intermadiária Alice contou.
19· FABIANA: –A base [unidade de medida básica] é o vinte.
20· JULIANA: –Não, o vinte é o todo. O quatro a gente sabe que ela contou de quatro em quatro, então, é a medida intermediária.
21· CLARISSE: –Eu acho que a intermediária é quatro, porque o primeiro aluno contou de um em um, como se fosse o A [da tarefa1]. E a menina que fez a medida intermediária, ela contou quatro em quatro até dar vinte [*sic*]. A gente precisa saber quantas vezes o quatro se repetiu dentro do vinte.
22· FABIANA: – Isso!
23· JULIANA: –Isso a gente sabe, porque está aqui.
24· CLARISSE: –É só pôr na reta numérica.
25· FABIANA: –Do vinte a gente traz até o dezesseis, do dezesseis até o doze, do doze até o oito, do oito até o quatro, do quatro até o zero. Por isso, que vem de cá pra lá [do vinte até o zero], porque a gente tá dividindo [*sic*]. Porque a gente tem o todo, não precisa ir até lá porque a gente não vai descobrir o todo.
26· _____: Em seus cadernos, elaboraram a reta numérica e representaram a operação: $20 \div 4 = 5$ conforme a fala de Fabiana na sequência.
27· FABIANA: –Um, dois, três, quatro porque ela foi contando de quatro em quatro. Então, nós temos que fazer agrupamentos de quatro em quatro. [Iniciaram a partir do vinte] Parou no dezesseis. Um, dois, três, quatro... doze. Um, dois, três, quatro... Oito. Um, dois, três, quatro... Quatro. Um, dois, três, quatro... Zero.

Em um primeiro momento as acadêmicas constataram o todo (vinte unidades de medida básica). Nessa direção, surge a questão central da tarefa 2: "*A gente quer saber quantas vezes quatro* [unidade de medida intermediária] *cabe em vinte* [total de unidades de medidas básicas]" (CLARISSE, 8F). Essa interpretação do problema ocorreu por meio da análise dos elementos constitutivos no enunciado norteada pela relação universal revelada na tarefa 1 (unidade básica, unidade intermediária, total de unidades básicas e total de unidades de medida intermediária).

Embora no *flash* 6, Juliana já tenha constatado que a operação seria a divisão, tal constatação é insuficiente para a resolução da tarefa: "*Eu já sei a resposta, isso que dá raiva. É cinco. Mas como vamos chegar?"* (JULIANA, 13F). A acadêmica expressa que já sabe a

resposta, mas não consegue explicitar o movimento operacional gerador da mesma. Mas, qual a origem de tal incompreensão?

O desafio das acadêmicas nessa tarefa foi compreender o movimento operacional proposto, uma vez que era diferente daquele que lhes foi ensinado na Educação Básica. A partir do enunciado as acadêmicas compreenderam a operação a ser realizada (divisão) e seu resultado (5). Mas não sabiam como completar o registro: 20 ÷ __. Seria o número 4 (quatro) ou 5 (cinco)? Em outras palavras, qual valor a ser incluído no registro, o da unidade de medida intermediária (4)? Ou o que define quantas vezes a unidade de medida intermediária se repete (5)? Com base no que aprenderam durante o Ensino Fundamental e Médio colocariam o número 5, este surge a partir da localização na tabuada, por meio do seguinte questionamento: quatro vezes quanto resulta em vinte?

Para subsidiar as reflexões sobre a resposta correta, do ponto de vista da Matemática, recorremos a Caraça (1951) por meio do seguinte exemplo: c ÷ a = b. Ao número *c* chama-se dividendo; ao número *a*, divisor; ao número *b*, quociente. "A divisão é, portanto, a operação pela qual, dados o dividendo e o divisor, se determina um terceiro número, o quociente, que multiplicado pelo divisor dá o dividendo" (CARAÇA, 2002, p. 22). A operação inversa da divisão, a multiplicação, define-se como uma soma de parcelas iguais:

$$a \times b = \overbrace{a + a + \ldots + a}^{(b)}$$

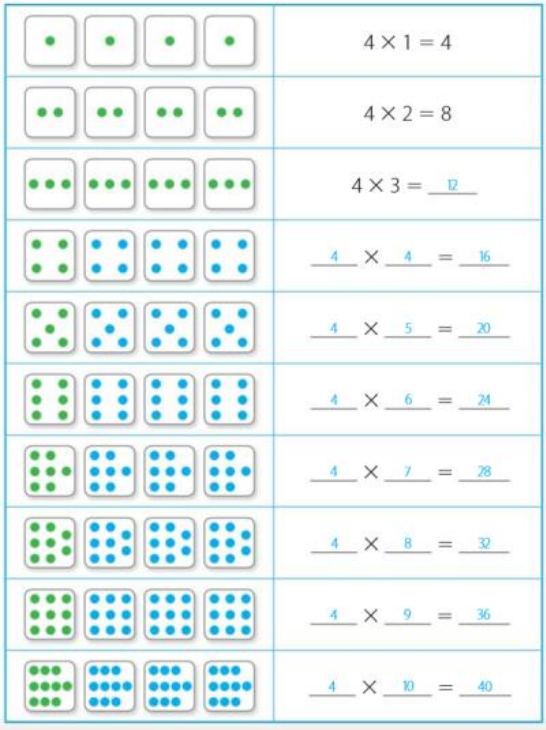
> Ao número ***a***, parcela que se repete, chama-se multiplicando [unidade de medida intermediária]; ao número ***b***>1, número de vezes que ***a*** aparece como parcela, chama-se multiplicador [total de unidades de medidas intermediárias]; aos dois em conjunto dá-se o nome de fatores; ao resultado, produto [todo]. [...] O multiplicando desempenha um papel passivo; o multiplicador, um papel activo (CARAÇA, 1951, p. 18, grifos nossos).

Com base nos fundamentos da Matemática apresentados por Caraça (1951), a operação inversa de $a \times b = c$ é $c \div a = b$. Portanto, o número a ser completado na tarefa em análise é o 4. Vinte é o dividendo, quatro o divisor e cinco o quociente: 20 ÷ 4 = 5 (4 + 4 +4 +4 + 4). Ao estabelecer relação com a operação inversa, temos: 4 × 5 = 20 (4 + 4 + 4 + 4 + 4).

Porém, na maioria das orientações presentes no modo de organização de ensino brasileiro, o movimento operacional proposto para essas duas operações é o contrário. No ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, para operacionalizar 20 ÷ 4 = 5 pensa-se em: 5 + 5 + 5 + 5. Nesse caso, ao estabelecer relação com a operação inversa, teríamos: 4 × 5 = 20 (5 + 5 + 5 + 5). Talvez este tenha sido o movimento realizado por você, caro leitor, ao iniciarmos as reflexões da presente tarefa, assim como propõe um dos livros didáticos

adotados em algumas escolas da região em que residem as acadêmicas (HOBOLD, 2014), tal como expressa a figura 7 a seguir.

Figura 7 - Tabuada do número 4 apresentada em um livro didático brasileiro



Fonte: Bordeaux et al. (2017, p. 192).

Assim, conforme a figura 7, o fator que se repete na multiplicação é o segundo, a lógica interna de sistematização da tabuada não é revelada, pois, com base nos fundamentos da Matemática, o fator que se repete é o primeiro (CARAÇA, 1951).

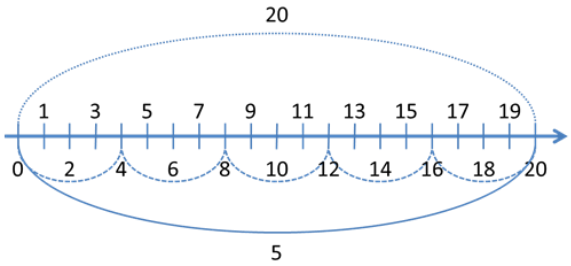
De acordo com Hobold (2014), Rosa, Damazio e Crestani (2014), no modo de organização de ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, o movimento operacional dos conceitos de multiplicação e divisão geralmente são apresentados de forma equivocada. A cena traz indícios de que esse equívoco obstaculizou o desenvolvimento da tarefa 2 pela turma. As acadêmicas ficaram confusas, durante a interpretação da tarefa, por conta das orientações que receberam na Educação Básica.

No entanto, a relação universal, revelada na primeira tarefa, conduziu as reflexões das acadêmicas ao movimento operacional correto, obscurecido pelos equívocos conceituais oriundos da Educação Básica, conforme explicita a fala de Clarisse (21F): "*Eu acho que a intermediária é quatro, porque o primeiro aluno contou de um em um. [...] E a menina que fez a medida intermediária, ela contou quatro em quatro até dar vinte. A gente precisa saber*

quantas vezes o quatro se repetiu dentro do vinte". E complementa: "*É só pôr na reta numérica*" (24F).

A acadêmica propõe a resolução da contagem por agrupamentos, tal como procedeu Alice. Embora a tarefa não solicite, Clarisse sugere a representação dos elementos na reta numérica, para tornar visível o movimento operacional em discussão. E Fabiana (25F) complementa: "*Do vinte a gente traz até o dezesseis, do dezesseis até o doze, do doze até o oito, do oito até o quatro, do quatro até o zero. Por isso, que vem de cá pra lá, porque a gente tá dividindo [sic]. Porque a gente tem o todo, não precisa ir até lá porque a gente não vai descobrir o todo*". E assim procederam em seus cadernos, traçaram a reta e formaram arcos para representar as unidades intermediárias (4), a partir do todo (20) até chegar ao número zero, conforme figura 8.

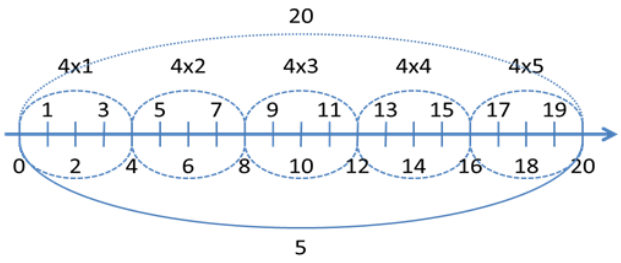
Figura 8 – Representação da operação 20 ÷ 4 = 5 na reta numérica



Fonte: Elaboração da mestranda, com base na produção de Clarisse, Fabiana e Juliana, 2017.

Na reta numérica, ao mesmo tempo em que evidenciaram o movimento operacional, as acadêmicas confirmaram a resposta intuitivamente encontrada no início das reflexões sobre a tarefa. Em outras palavras, a síntese foi: a unidade de medida intermediária coube cinco vezes no total de vinte unidades básicas. Para finalizar a tarefa, as estudantes, por iniciativa própria, também representaram na reta a operação da multiplicação (Figura 9).

Figura 9 – Operação de multiplicação e divisão na reta numérica



Fonte: Elaboração da mestranda, com base na produção de Clarisse, Fabiana e Juliana, 2017.

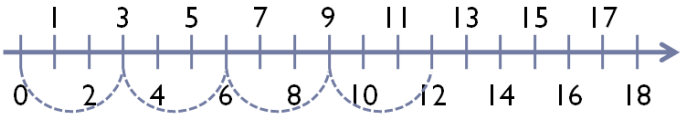
Vale retomar o questionamento levantado anteriormente: qual a origem de tal incompreensão vivenciada pelas estudantes? Os indícios revelados durante a análise da presente tarefa levam-nos a acreditar que a insuficiente atenção dada aos fundamentos da Matemática, no modo de organização do ensino vigente no Brasil, obstaculizou a resolução da tarefa 2 assim como também da tarefa 3, conforme explicitamos na sequência.

2.2.2 Cena 2 – Núcleo comum das operações de multiplicação e divisão

A cena 2 foi extraída durante resolução da tarefa 3, na qual tínhamos como finalidade propor às acadêmicas a sistematização das operações de multiplicação e divisão na forma aritmética (operações numéricas), a partir da reta numérica. Essa tarefa possibilita a revelação do núcleo comum das operações de multiplicação e divisão constituído pela unidade de medida intermediária.

Tarefa 3 – Operações de multiplicação e divisão na reta numérica

Apresente as operações expressas pelos arcos na reta númerica a seguir:



Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2013, p. 27).

Os dezesseis *flashes* (16F) a seguir consistem na conversa com a acadêmica Ana Carolina, que gerou o processo de interpretação e resolução da tarefa 3. Em um primeiro momento, Ana Carolina, assim como o restante da turma, manifestou uma possível resolução, a partir do modo de organização do ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, tal como foi orientada na Educação Básica, conforme segue:

01· MESTRANDA: –Então, que operação ficou?
02· ANA CAROLINA: –Aqui é multiplicação até o doze.
03· MESTRANDA: –E colocando em forma de operação como ficaria?
04· ANA CAROLINA: –Três vezes quatro igual a doze ($3\times 4 = 12$).
05· MESTRANDA: –Essa é uma possibilidade. Tem outra?
06· ANA CAROLINA: –Dá pra fazer divisão [*sic*]. Daí faz o inverso, $12 \div 4 = 3$.
07· MESTRANDA: –Temos agrupamentos de quantos em quantos mesmo?
08· ANA CAROLINA: –De três em três.
09· MESTRANDA: –Então, como vai ficar a operação?

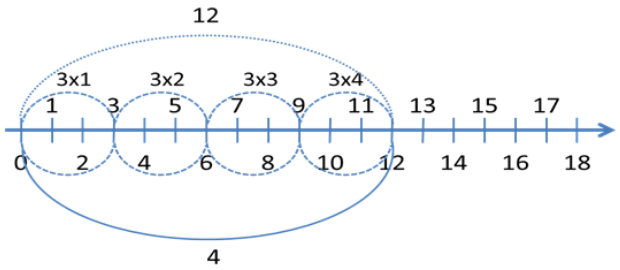
10· ANA CAROLINA: –Doze dividido por quatro igual a três(12 ÷ 4 = 3).
11· MESTRANDA: –Doze dividido por agrupamentos de quantos em quantos?
12· ANA CAROLINA: –Ah, não! Então, 12 ÷ 3?
13· MESTRANDA: –Mas quantas unidades tem na medida intermediária?
14· ANA CAROLINA: –Tem três. Então, tem que ser 12 ÷ 3 = 4. É, tá certo, porque daí o resultado é quatro [*sic*].
15· MESTRANDA: –Tem mais alguma possibilidade?
16· ANA CAROLINA: –Adição e subtração.

Inicialmente Ana Carolina identifica corretamente a operação expressa na reta numérica: "*Aqui é multiplicação até o doze*" (2F). E, na sequência, registra a operação: 3 × 4 = 12 (4F). Instigamos o diálogo: "*Essa é uma possibilidade. Tem outra?*" (MESTRANDA, 5F). Ana Carolina (6F) propõe: "*Dá pra fazer divisão [sic]. Daí faz o inverso, 12 ÷ 4 = 3*". Observamos que a operação expressa pela acadêmica (12 ÷ 4 = 3) não representava, corretamente, a operação inversa da multiplicação inicialmente apresentada (3 × 4 = 12). Desse modo, questionamos: "*Temos agrupamentos de quantos em quantos mesmo?*" (MESTRANDA, 7F) e a acadêmica responde: "*De três em três*" (ANA CAROLINA, 8F). Mas continuou, equivocadamente, a expressar 12 ÷ 4 = 3 como operação inversa de 3 × 4 = 12. Indagamos novamente sobre a quantidade de unidades que compõe cada agrupamento (11F). E Ana Carolina (14F) conclui: "*Tem três. Então, tem que ser 12 ÷ 3 = 4. É, tá certo, porque daí o resultado é quatro [sic]*".

Após direcionarmos as reflexões para a quantidade de unidades que constituem cada agrupamento, a acadêmica constatou que esses são compostos por 3 (três) unidades cada e que o 4 (quatro) seria o resultado e que, portanto, a operação inversa de 3 × 4 = 12 (3 + 3 + 3 + 3) seria 12 ÷ 3 = 4 (3 + 3 + 3 + 3).

Em outras palavras, é o valor da medida intermediária que determina a indissociabilidade entre 2 (dois) movimentos operacionais distintos, porém inversos, o da multiplicação e divisão, conforme figura 10 a seguir:

Figura 10 – Representação das operações de multiplicação e divisão na reta numérica



Fonte: Elaboração da mestranda, 2017.

A reta numérica (Figura 10) expressa a relação interna entre duas operações distintas, mas inversas entre si: 3 × 4 = 12 (3 + 3 + 3 + 3) e 12 ÷ 3 = 4 (3 + 3 + 3 + 3). Trata-se da mesma quantidade de unidades de medidas básicas e intermediárias. Os arcos são compostos por 3 (três) unidades cada e representam o valor de unidade intermediária. Os arcos da parte superior da reta representam a operação de multiplicação (3 × 4). No movimento orientado da esquerda para direita, pela reta numérica, o número 0 (zero) é o ponto de partida do primeiro arco e o número 12 (doze) é o ponto de chegada do último arco, portanto: 3 × 4 = 12.

Abaixo da reta, os arcos representam a operação de divisão (12 ÷ 3). O movimento operacional inverso ocorre a partir do todo (12) que já é conhecido. A partir deste, são formados agrupamentos compostos por 3 (três) unidades, até atingir o número 0 (zero), da direita para esquerda, e resulta em 4 (quatro) agrupamentos: 12 ÷ 3 = 4.

Em outras palavras, esse movimento é compreendido do seguinte modo: o ponto de partida na multiplicação é o número 0 (zero), segue em direção ao todo, o produto. Na divisão ocorre o inverso, os agrupamentos iniciam do todo, uma vez que este já é conhecido, em direção ao número 0 (zero), a fim de determinar a quantidade de unidades de medidas intermediárias, o quociente (ROSA; DAMAZIO; CRESTANI, 2014).

Essa unidade interna entre multiplicação e divisão, do ponto de vista dos fundamentos da Matemática (CARAÇA, 1951), em geral não é considerada no modo de organização de ensino vigente no Brasil (HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016).

No modo de organização do ensino brasileiro, não é revelada a relação nuclear da multiplicidade e divisibilidade. Isto porque, no ensino desenvolvido no Brasil, o valor da medida intermediária não é considerado o núcleo comum da multiplicação e divisão. Desse modo, não é possível estabelecer a relação interna dos referidos conceitos.

Ao tentar estabelecer a relação inversa, a partirda operação de multiplicação, 3 × 4 = 12 (3 + 3 + 3 + 3), Ana Carolina deparou-se com uma dificuldade oriunda
da Educação Básica, o qual a impossibilitou de representar a operação inversa corretamente em um primeiro momento. Pois, para a acadêmica, a operação inversa seria 12 ÷ 4 = 3 (3 + 3 + 3 + 3), tal como geralmente é interpretada no ensino brasileiro, o valor que se repete é o resultado da operação. E o 4 (quatro) é a quantidade de vezes que o 3 (três) se repete no todo. Sem explicitar o movimento operacional que gera tal resultado. Trata-se, apenas, da distribuição um a um até concluir a divisão. O equívoco está em não considerar a unidade de medida intermediária, que na operação em análise seria o número 3 (três) e não o número 4 (quatro). É importante ressaltar que do ponto de vista do resultado é indiferente, a ordem dos

fatores não altera o produto: 3 × 4 e 4 × 3. Mas, para revelar a lógica interna de constituição da tabuada, necessário se faz considerar o movimento operacional matemático correto.

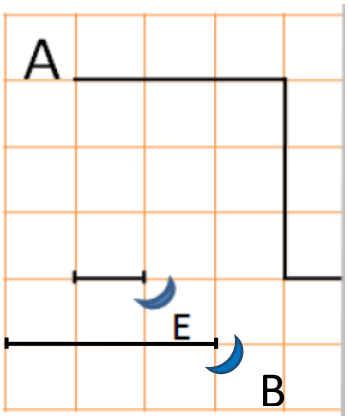
Ao término da tarefa, a acadêmica registrou corretamente a operação inversa com base nas reflexões que conduzimos, a partir da representação geométrica na reta numérica. Porém, as dificuldades oriundas da Educação Básica ainda persistem entre as acadêmicas ao resolverem a próxima tarefa (cena 3).

2.2.3 Cena 3 – Caráter visual empiricamente dado

A cena 3 é composta pela análise da tarefa 4 a seguir. Essa tarefa tem como objetivo principal desenvolver nas acadêmicas meios abstratos de análise. No processo de interpretação e resolução da tarefa instigamos as acadêmicas a pensarem sobre uma figura incompleta. Assim, as acadêmicas, ao refletirem sobre a tarefa, sentiram a necessidade de analisar o objeto para além da aparência externamente dada, o que dificultou a realização da mesma.

Tarefa 4 – Constituição da figura da sua relação genética

A figura abaixo está incompleta, é possível visualizar apenas parte da linha quebrada.



Determine quantos segmentos com medida B existem ao todo (total de 18 medidas básicas E).

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2013, p. 29).

A presente cena é formada por cinquenta e nove *flashes* (59F), constituídos pelas reflexões referentes à resolução da tarefa 4 com a turma, coletivamente após as duplas e trios tentarem resolver. Nesse processo, algumas duplas e trios expressaram suas sínteses. A partir das manifestações, evidenciamos que algumas obscuridades, consequentes do modo de organização de ensino brasileiro, ainda persistiam na interpretação das acadêmicas. Este fato, em um primeiro momento, impossibilitou a revelação da operação de divisão. Ao contrário, as

acadêmicas, em suas resoluções, sugeriam a operação da multiplicação. A causa dessa dificuldade de interpretação também tem origem nas limitações da Educação Básica, em que geralmente se apresenta a figura em sua completitude na qual a resposta já está visualmente dada. Diferentemente do que propõe a tarefa 4, conforme os *flashes* a seguir.

01· MESTRANDA: –Então, vamos ver... Determine quantos segmentos com medida B existe ao todo? Alguma voluntária gostaria de expressar como pensou?
02· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
03· MARGARIDA: –Eu vou falar então. O total de A é dezoito, 18 E. O B tem três vezes E. Se eu divido dezoito por três, vai dá seis. Isso?
04· JULIANA: –A gente [Clarisse, Fabiana e Juliana] fez na reta numérica.
05· MESTRANDA: –Certo, mais alguém pensou dessa forma? Vocês pensaram como ela ou diferente? Como vocês pensaram?
06· JÚLIA: –A gente [Júlia e Mônica] pensou assim. No começo era igual, A=18 E. B = 3E. No caso tem três vezes E dentro do B. Então, a cada um E tem 3B, que são dezoito, 18 × 3 que deram 54.
07· _____: As acadêmicas Júlia e Mônica fazem uma pausa, pensam e, na sequência concluem.
08· MÔNICA: –Cinquenta e quatro B (54B) forma um A.
09· MESTRANDA: –Mas, qual é o valor de A?
10· JÚLIA: – Dezoito E (18E).
11· MESTRANDA: –Então, já temos o total?
12· JÚLIA: –Já temos o total na medida E, mas A é igual a 54B. Ai não, não sei!
13· MESTRANDA: –A medida E representa o quê?
14· ACADÊMICAS: –Dezoito.
15· FABIANA: –Unidades de medida básica.
16· MESTRANDA: –Unidades de medida básica, que temos um todo que é?
17· ACADÊMICAS: –Dezoito.
18· MESTRANDA: –Então, dezoito medidas básicas E, que vão representar o total de?
19· ACADÊMICAS: –A.
20· JÚLIA: –Acho que ainda não entendi.
21· FABIANA: –É que o jeito que tu colocou o A é que dificultou [...] [*sic*].
22· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
23· FABIANA: –[...] Fiz na reta. Eu fiz dezoito e a unidade de medida era três, eu trouxe de três em três, chegou no zero e deu.
24· _____: Duplas e triosconversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
25· MESTRANDA: –Qual é o valor do nosso todo?
26· ACADÊMICAS: –Dezoito.
27· MESTRANDA: –Temos dezoito...?
28· ACADÊMICAS: –Dezoito E(18E).
29· MESTRANDA: –Mas, nós queremos saber quantos segmentos com medida B existem nesse todo, que é dezoito. Como nós podemos resolver isso?
30· JÚLIA: –Na reta.
31· MESTRANDA: –Dividir por?
32· ACADÊMICAS: –Três.

33· MESTRANDA: –Por que por três?
34· ACADÊMICAS: –Porque E cabe três vezes em B.
35· MESTRANDA: –Porque o B é composto por...?
36· ACADÊMICAS: –Três E (3E)
37· MESTRANDA: –Uma, duas, três (mestranda aponta para o segmento B expresso no *slide*). Então, nós podemos dizer que o B é o quê? O que representa o B?
38· _____: Acadêmicas pensam nesse momento.
39· MESTRANDA: –O dezoito é o?
40· ACADÊMICAS: –Todo.
41· MESTRANDA: –E o B é o quê?
42· ACADÊMICAS: –Unidade de medida intermediária.
43· MESTRANDA: –E como nós podemos representar a operação?
44· _____: Acadêmicas pensam nesse momento.
45· FABIANA: –Dezoito dividido por três (18 ÷ 3).
46· JÚLIA: –Eu ainda não entendi por que é divisão.
47· MESTRANDA: –Oh! Porque a gente tem o todo. Se for a multiplicação, a gente tem que determinar o quê? O todo, o produto. Então aqui nós já temos o todo e, partindo do todo e da medida intermediária, nós vamos determinar quantos segmentos B existem.
48· SILVIA: – Júlia, sempre que tu tiver o todo, tu vai trabalhar com a divisão; quando tu precisar chegar no todo, tu vai precisar fazer a multiplicação [*sic*].
49· MESTRANDA: –Então respondendo... Ao todo temos quantas medidas B?
50· ACADÊMICAS: –Seis segmentos.
51· MESTRANDA: –Podemos fazer alguma outra operação?
52· CLARISSE: –Olha só... Antes de fazer a outra operação tem como reforçar essa mais um pouquinho porque tá meio confuso [*sic*].
53· _____: Retomamos o problema central da tarefa e os elementos constituintes: valor do todo (18), valor da unidade de medida intermediária (3) e a quantidade de vezes que a medida intermediária se repetiu no todo (6).
54· SILVIA: – Sabe o que eu acho que tá dificultando? É porque a gente não tá prestando atenção lá em cima. A imagem está incompleta. Tipo, os risquinhos do A vai continuar. Por isso, a gente não chegou a um, dois, três, quatro pra contar os quadradinhos, porque faltou um pedaço do desenho [*sic*].
55· JOSÉLIA: –Mas será que é porque faltou? Esse é o nosso problema?
56· SILVIA: –Não, o problema lá, eu digo, a nossa interpretação.
57· JOSÉLIA: –Sim, mas eu estou aqui pensando: será que o problema da nossa interpretação é porque a gente não se ligou que está incompleta ou é porque na nossa formação a vida inteira aparecia a figura completinha na nossa frente?
58· ACADÊMICAS: –Com certeza.
59· _____: As reflexões sobre a tarefa continuam e a mestranda propõe a operação inversa para confirmar que os procedimentos realizados estavam corretos.

Após as reflexões iniciais em duplas e trios, realizamos no grande grupo as discusões e correção da tarefa 4. Nesse momento, algumas acadêmicas manifestaram como pensaram na resolução da tarefa, ao expressar suas sínteses.

Primeiramente, Margarida (3F) expõe a seguinte operação: 18 ÷ 3 = 6. Essa é a resolução correta, porém essa síntesse não foi realizada por todas. Algumas acadêmicas pensaram de outra forma. "*gente* [Júlia e Mônica] *pensou assim... No começo era igual,*

A=18 E. B = 3E. No caso tem três vezes E dentro do B. Então, a cada um E tem 3B, que são dezoito, 18 × 3 que deram 54" (JÚLIA, 6F). Mônica (8F) complementa: "*Cinquenta e quatro B (54B) forma um A*". Salientamos que os *flashes* (6F e 8F) mostram a síntese de uma dupla, mas a constatação que a operação a ser realizada seria a multiplicação foi registrada também por outros grupos.

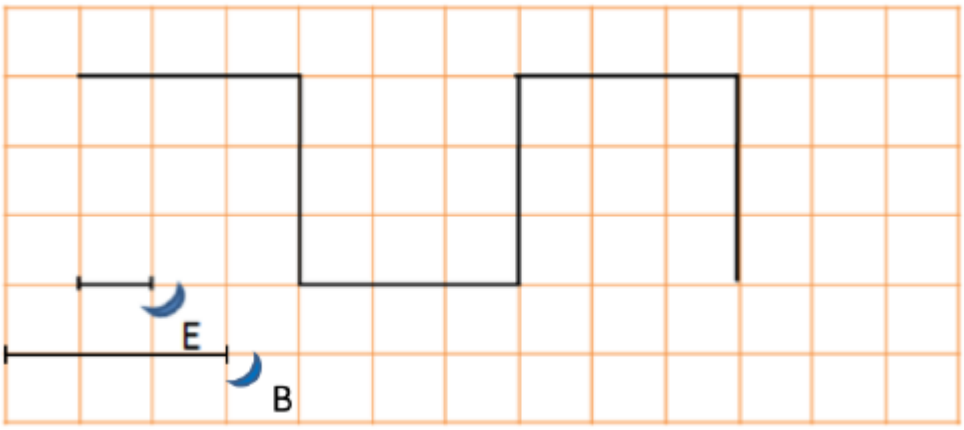
A partir dessa dificuldade em interpretar os dados da tarefa e revelar os elementos da relação universal, as discussões permearam sobre o valor do todo (A), que é igual a dezoito E (A=18E), ou seja, 18 (dezoito) representa o todo (total de unidades de medida básica). A causa dessa dificuldade é expressa por Fabiana (21F): "*É que o jeito que tu colocou o A é que dificultou [...] [sic]*". No enunciado da tarefa, a linha do segmento com medida A está incompleta visualmente. A informação em que A=18E está dada no texto do enunciado, o qual é importante ser interpretado. Na continuidade, outro elemento foi revelado (36F), B seria a unidade de medida intermediária composta por 3 (três) unidades básicas E (B=3E).

Com base nessas informações, todo (18)e unidade de medida intermediária (3),conclui-se que a operação a ser realizada é divisão (18 ÷ 3). Porém, Júlia (46F) diz: "*Eu ainda não entendi por que é divisão*". Após explicarmos (47F), Silvia expressa sua síntese (48F): "*Júlia, sempre que tu tiver o todo tu vai trabalhar com a divisão; quando tu precisar chegar no todo tu vai precisar fazer a multiplicação [sic]*".

Após chegarmos à conclusão que ao todo existem 6 (seis) segmentos com medida B, Clarisse (52 F) solicita: *"[...] antes de fazer a outra operação, tem como reforçar essa mais um pouquinho porque tá meio confuso [sic]*". Ao retomarmos as reflexões, Silvia (54F) expressa: "*Sabe o que eu acho que tá dificultando? É porque a gente não tá prestando atenção lá em cima. A imagem está incompleta. Tipo, os risquinhos do A vai continuar. Por isso, a gente não chegou [...] contar os quadradinhos, porque faltou um pedaço do desenho[sic]*". Nessa direção, Josélia (55F e 57F) questiona se a dificuldade seria decorrente do fato de a figura estar incompleta. As acadêmicas afirmam que sim.

A causa desse problema decorre da formação que as acadêmicas receberam na Educação Básica, na qual predomina o princípio do caráter visual. Assim, possivelmente, a tarefa proposta seria apresentada com a imagem completa, conforme figura 11.

Figura 11 – Imagem sensorialmente dada



Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2013, p. 29).

Assim, a resolução da tarefa, no ensino tradicionalmente no Brasil, consistiria apenas em analisar os elementos externos da figura 11, visualmente dados. De acordo com Davýdov (2017, p. 216) "o princípio do caráter visual, direto ou intuitivo, é externamente simples até a banalidade se, de fato, a prática de sua aplicação não fosse tão séria (e tão trágica para o desenvolvimento mental) como o é na realidade".

Desta forma, na base do princípio do caráter visual encontra-se apenas o reflexo das propriedades externas, sensorialmente dadas. "A orientação em direção ao princípio do caráter visual é o resultado regular dessa posição da escola tradicional, que, com todo seu conteúdo e todos seus métodos de ensino, projeta exclusivamente a formação, nas crianças, do pensamento empírico" (DAVÝDOV, 2017, p. 217). E este pensamento permanece até a idade adulta? Subjacente às manifestações das acadêmicas, há indícios de que esse pensamento permanece e obstaculiza até no ensino superior. Mas o ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil sustenta-se apenas em imagens? Não, também em repetições, conforme cena 4.

2.2.4 Cena 4 – Ensino da divisão como macete a partir da tabuada

A cena 4 refere-se à análise da correção coletiva da tarefa 5, que consiste em determinar a quantidade de colunas de uma ilustração parcialmente oculta. Cada coluna é constituída por 3 (três) unidades. E, ao todo, são 17 (dezessete) unidades.

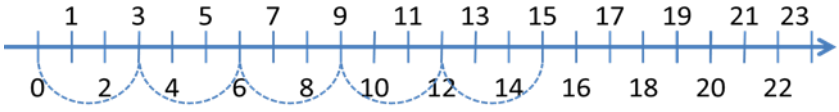
Tarefa 5 – Operacionalização de uma divisão inexata

Na ilustração abaixo são dispostos 17 objetos em colunas compostas por três objetos cada. Qual operação podemos utilizar para saber quantas colunas há ao todo?

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2016, p. 55).

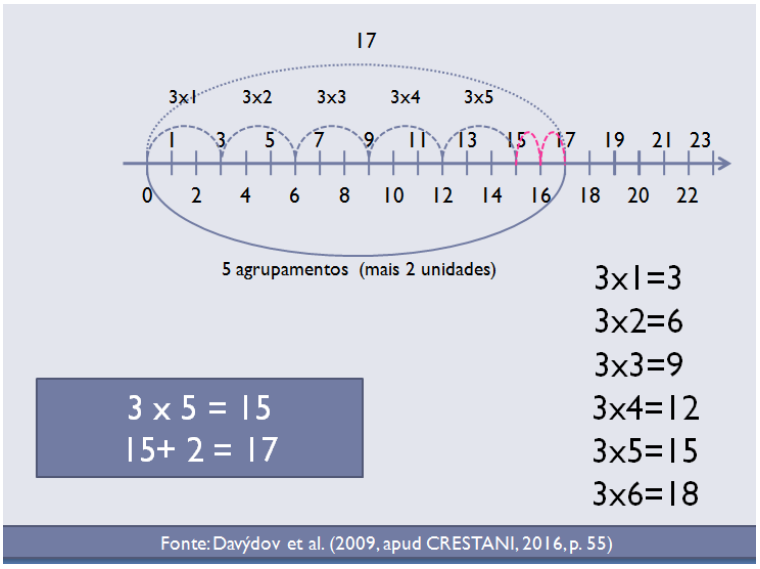
A cena 4 é composta por setenta e sete *flashes* (77F), extraídos das reflexões referentes à correção coletiva da terceira situação da tarefa 5. As acadêmicas relatam certa dificuldade na resolução da tarefa. Por se tratar de uma divisão inexata, explicitam-se a fragilidade e insuficiência da localização na tabuada do resultado de divisões.

01· MESTRANDA: – Qual é a operação?
02· ACADÊMICAS: –Divisão.
03· MESTRANDA: –Qual é o todo que nós temos?
04· ACADÊMICAS: –Dezessete.
05· MESTRANDA: – Qual é o valor da unidade de medida intermediária?
06· ACADÊMICAS: –Três.
07· MESTRANDA: –Qual foi a dificuldade que vocês encontraram?
08· ANNA CAROLINA: –Dezessete não é divisível por três.
09· MESTRANDA: –Mas toda divisão tem que ser exata?
10· ACADÊMICAS: –Não.
11· BRUNA: –Eu coloquei que deu cinco e sobrou dois [*sic*].
12· MESTRANDA: –Mais alguém? Então, vamos ver como ficaria na reta numérica. Na divisão podemos começar tanto do zero quanto do todo. Nesse caso vamos iniciar pelo zero.
13· ACADÊMICAS: –Ah, não!
14· MESTRANDA: –Pode ser do dezessete também. Quem fez do dezessete não tem problema.
15· FABIANA: –Por que tu fez isso agora? [*sic*]
16· MESTRANDA: –Para mostrar para vocês que poderia começar do zero também. Mas não tem problema. Quem começou do dezessete não tem problema, vai dar o mesmo resultado.
17· MESTRANDA: –Então, nós temos três, mais três, mais três, mais três, mais três.
18· Figura 12 – Agrupamentos de três em três



Fonte: Reelaborado a partir de Crestani (2016, p. 55).

19· MESTRANDA: –Consigo formar mais um agrupamento com três unidades [até o número 17]?
20· ACADÊMICAS: –Não.
21· MESTRANDA: –Tenho quantos agrupamentos?
22· ACADÊMICAS: –Cinco.
23· MESTRANDA: –Tenho cinco agrupamentos e restaram?
24· ACADÊMICAS: –Dois.
25· MESTRANDA: –Sobraram uma, duas unidades.
26· JOSÉLIA: –E agora, quem começou do dezessete chegou em um resultado diferente ou igual?
27· ACADÊMICAS: –Igual.
28· MESTRANDA: –Portanto, a nossa divisão como fica. Dezessete dividido por três que vai resultar em quantos agrupamentos?
29· ACADÊMICAS: –Cinco.
30· MESTRANDA: – E restou alguma unidade?
31· ACADÊMICAS: –Duas.
32· MESTRANDA: –Sim, duas. Então, com essa questão já respondemos ao nosso problema, certo? Mas podemos fazer a operação inversa. Como ficaria a operação inversa?
33· BRUNA E NILMA: –Três vezes cinco igual a quinze (3 × 5= 15). Quinze mais dois igual a dezessete (15 + 2 =17).
34· MESTRANDA: –Vamos ver como fica na reta numérica.
35· _____: Desenvolvimento das multiplicações por meio do seguinte *slide*, durante odiálogo expresso dos *flashes* 38 ao 47.
36· Figura 13 – Multiplicações por três



Fonte: Reelaborado a partir de Crestani (2016, p. 55).

37· MESTRANDA: –Três vezes um? (3× 1 = __)[11].
38· ACADÊMICAS: –Três.
39· MESTRANDA: –Três vezes dois? (3× 2 = __).

[11] Aqui é importante destacar que a frase "três vezes um" não indica qual dos números se repete, se é o três ou é o um. Disseram-nos, na educação escolar, que é o segundo termo que se repete. Portanto, quando lemos essa frase, interpretamos do seguinte modo: três vezes o um. Mas não existe esse "o" na frase. Temos dificuldades de conceber tal inversão porque tomamos como verdade imutável, com base no ensino tradicional, que é o segundo fator que se repete. Como diz Lefebvre (1991, p. 142-143), "são essências fixas, coaguladas" a partir de um equívoco conceitual.

40· ACADÊMICAS: –Seis.
41· MESTRANDA: –Três vezes três? (3× 3 = __).
42· ACADÊMICAS: –Nove.
43· MESTRANDA: –Três vezes quatro? (3× 4 = __).
44· ACADÊMICAS: –Doze.
45· MESTRANDA: –Três vezes cinco? (3× 5 = __).
46· ACADÊMICAS: –Quinze.
47· MESTRANDA: –No todo que é?
48· ACADÊMICAS: –Dezessete.
49· MESTRANDA: –Então, sobraram?
50· ACADÊMICAS: –Duas unidades.
51· MESTRANDA: –Olhando aqui a tabuada (36F), temos o 17 na tabuada do 3?
52· ACADÊMICAS: –Não.
53· MESTRANDA: –Só a tabuada é suficiente para divisão, para auxiliar a divisão?
54· ACADÊMICAS: –Não.
55· MESTRANDA: –Por quê?
56· KAREN: –Porque não tem o dezessete na tabuada do três.
57· JOSÉLIA: –Ué, mas eu aprendi a divisão procurando o resultado na tabuada.
58· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
59· FABIANA: –A professora dizia assim: o mais próximo.
60· BRUNA: –Menor que dezessete.
61·JULIANA: –Dezessete dividido por três(17 ÷ 3), daí tu ia na tabuada. Ia encontrar o cinco, cinco vezes três igual a quinze (5 × 3 = 15). [...] Não ia ter o que baixar e sobrou dois [*sic*].
62· MESTRANDA: –É suficiente? Só a tabuada é suficiente para ensinar a divisão?
63· ACADÊMICAS: –Não.
64· JOSÉLIA: –A gente aprende a dividir ou a gente aprende a encontrar o resultado na tabuada?
65· ACADÊMICAS: –A localizar o resultado na tabuada.
66· MESTRANDA: –Só a fazer a localização, não é?
67· ACADÊMICAS: –É.
68· MESTRANDA: –Então, como aqui ficaria a multiplicação?
69· JULIANA: –Eu acho que ficaria 3 × 5=15. 15+ 2 =17.
70· MESTRANDA: –Todo mundo concorda?
71· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.
72· MESTRANDA: –Então, 3 × 5=15.15+ 2 =17. Voltando aqui para a divisão, nós temos uma divisão que não é exata ou inexata. E, além disso, temos o resto. Na proposição davydoviana nós representamos o resto entre parênteses, certo? Então, nem toda divisão vai dar exata, pode haver resto. Ou seja, não vai formar mais um agrupamento da medida intermediária. Então, aqui surge a divisão inexata, quando há resto, ok? Alguma dúvida?
73· ACADÊMICAS: –Não.
74· MESTRANDA: –Então, supondo que o todo seja dezessete, quantas colunas completas teremos?
75· ACADÊMICAS: –Cinco.
76· MESTRANDA: –E restaram?
77· ACADÊMICAS: –Duas unidades.

Logo de início as acadêmicas identificaram que a operação aserrealizada seria adivisão, na qual o todo é 17 (dezessete) e a unidade de medida intermediária é 3 (três). Desse modo, questionamos a dificuldade que elas encontraram (7F). Anna Carolina (8F) expressa: "*Dezessete não é divisível por três*". Instigamos a reflexão, perguntando se toda divisão tem que ser exata (9F) e as acadêmicas afirmaram que não (10F).

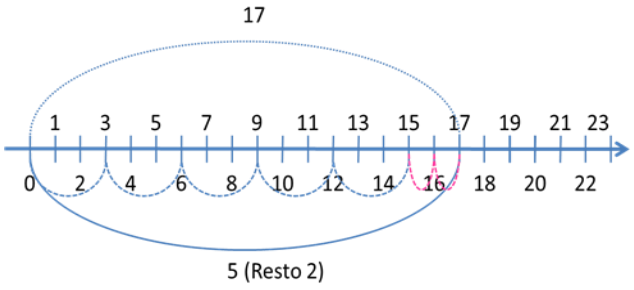
Trata-se de um novo elemento de reflexão, a divisão não exata, ou seja, a introdução da operacionalização da divisão com resto. Bruna (11F) apresenta o resultado obtido: "*Eu coloquei que deu cinco e sobrou dois [sic]*". Mas, qual foi o movimento de operacionalização realizado?

Sugerimos a representação da operação (17 ÷ 3) na reta numérica a fim de operacionalizar a divisão não exata. Salientamos às acadêmicas que na reta numérica a operação da divisão pode começar tanto do 0 (zero) quanto do valor do todo. Até então, nas outras tarefas realizamos o movimento do todo como ponto de partida. Nessa tarefa sugerimos o 0 (zero) como ponto de partida na reta numérica.

Inicialmente as acadêmicas estranharam a ideia, pois já tinham representado nas duplas e trios a operacionalização na reta numérica a partir do todo. Ressaltamos que não teria problema, pois o resultado seria o mesmo.

Para responder ao problema central da tarefa, ou seja, determinar a quantidade de vezes que a medida intermediária (3) cabe no todo (17), realizamos o seguinte movimento na reta numérica: tomamos o 0 (zero) como ponto de partida, formamos 5 (cinco) agrupamentos com 3 (três) unidades cada e chegamos ao número 15 (quinze). Assim, surge a questão: é possível formar mais um agrupamento com 3 (três) unidades? (19F). As acadêmicas observam que não. Em síntese, as acadêmicas concluíram que se formaram 5 (cinco) agrupamentos no todo (17) e restaram 2 (duas) unidades, conforme figura 14.

Figura 14 – Representação na reta numérica da operação 17÷ 3=5 (resto 2)

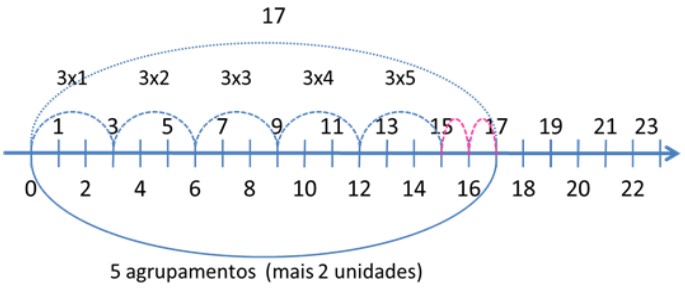


Fonte: Reelaborado a partir de Crestani (2016, p. 55).

Na reta numérica (Figura 14), observamos a impossibilidade de formar mais um agrupamento com 3 (três) unidades (unidade de medida intermediária) no todo composto por 17 (dezessete) unidades. Por meio dessa impossibilidade é que surge a divisão com resto, denominada como divisão não exata ou inexata. Essa é expressa na forma aritmética: 17 ÷ 3 = 5 (resto 2). Representamos o resultado da operação ao colocar a quantidade de medidas intermediárias que cabem no todo. Para complementar, a quantidade de medidas básicas restantes, denominada de resto, é apresentada entre parênteses. Ao relacionar com o ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, é comum dizer que o resto deve ser menor que o divisor. Assim, pela operacionalização na reta numérica é possível verificar o movimento que gera tal orientação (CRESTANI, 2016).

Independentemente da operação da divisão ser exata ou inexata, é importante ressaltar a relação com sua operação inversa, multiplicação, em que a relação interna é expressa no movimento realizado na reta numérica. Desse modo, sugerimos a operacionalização da multiplicação e sua representação por meio da reta numérica. Na reta representamos a multiplicação até 3 × 5, acrescida de 2 (duas) unidades, chegamos ao todo (17). Na forma aritmética temos: (3 × 5) + 2 = 17, conforme figura 15.

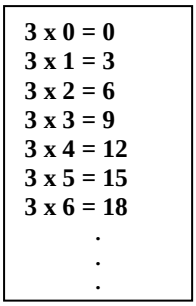
Figura 15 – Representação na reta numérica da operação (3 × 5) + 2 = 17



Fonte: Reelaborado a partir de Crestani (2016, p.55).

Em síntese, as acadêmicas concluíram que a resposta para o problema central da tarefa consiste em 5 (cinco) colunas completas e restam 2 (duas) unidades. Para instigar as acadêmicas a refletirem sobre a origem da dificuldade inicial por elas relatada, questionamos se havia o número 17 (dezessete) na tabuada do número 3 (três), conforme figura 16.

Figura 16 – Tabuada do número 3



Fonte: Elaboração da mestranda, 2017.

As acadêmicas não encontraram o todo em referência na tabuada do número 3 (três). Continuamos a questionar se só a orientação para encontrar o resultado na tabuada é suficiente para resolver divisões (53F). As acadêmicas afirmam que não (54F). Karen (56F) ressalta a fragilidade de resolver a divisão proposta por meio da tabuada "*[...] não tem o dezessete na tabuada do três*". Ao instigarmos sobre o predomínio de tal orientação durante a Educação Básica, Fabiana (59F) expõe: "*A professora dizia assim: o mais próximo.*" Bruna (60F) complementa: "*Menor que dezessete*" e Juliana (61F) detalha: "*dezessete dividido por três(17 ÷ 3), daí tu ia na tabuada. Ia encontrar o cinco, cinco vezes três igual a quinze (5 × 3 = 15) [sic]*".

Em síntese, todas as acadêmicas foram orientadas, durante a Educação Básica, a realizarem a operação da divisão com base na localização do resultado na tabuada. A essência do conceito de divisão não é revelada. Assim, as acadêmicas concluíram que apenas a orientação para localizar o resultado na tabuada como macete, para ensinar divisão, é insuficiente.

Nas aulas anteriores da disciplina de Matemática, no curso de Pedagogia, as acadêmicas já haviam estudado o conceito de número a partir da relação de multiplicidade e divisibilidade entre medidas de grandezas, no contexto da reta numérica, assim como também as operações de adição e subtração. Portanto, os elementos geométricos tais como segmentos de reta, reta numérica, arcos, representação literal, entre outros, já não era novidade. Mesmo assim, as aprendizagens decorrentes da Educação Básica, específicas sobre as operações de multiplicação e divisão obstaculizaram a compreensão do movimento interno de sua operacionalização teórica que aos poucos foram arrefecidas, conforme o episódio formativo 3.

2.3 EPISÓDIO FORMATIVO 3 – ARREFECIMENTO DAS DIFICULDADES

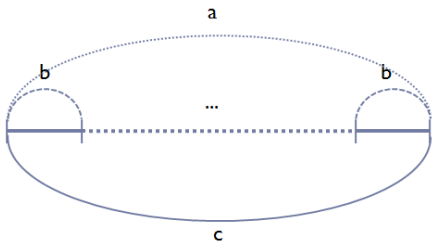
O episódio formativo 3 é composto por duas cenas (cena 1 e cena 2), nas quais constatamos alguns indícios de arrefecimento das dificuldades oriundas da Educação Básica. A cena 1 sintetiza o movimento de modelação iniciado nas tarefas anteriores. Esse movimento subsidiou a interpretação e resolução correta de uma situação singular (cena 2).

2.3.1 Cena 1 – Síntese da modelação da relação universal na forma literal

A cena 1 tratada análise da correção coletiva da tarefa6aseguir. Essa tarefa consiste na modelação algébrica da relação universal, portanto, na forma literal (letras), a partir da representação geométrica expressa no seguinte esquema:

Tarefa 6 – Modelação da relação universal na forma literal por meio de esquema

Represente o esquema na forma de algoritmo:



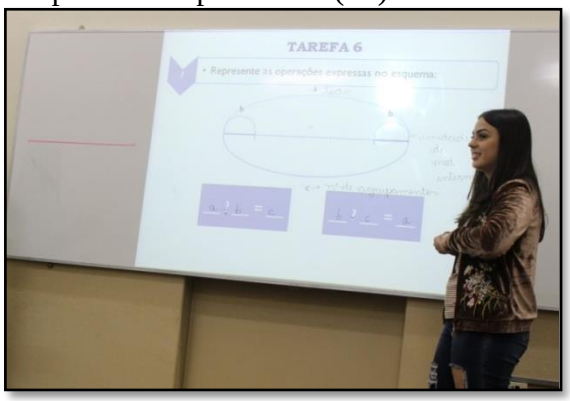
Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009 apud CRESTANI, 2016, p. 74).

A presente cena é constituída a partir das reflexões, no contexto coletivo, referente à tarefa 6, a qual sintetiza o movimento realizado nas tarefas anteriores pelas acadêmicas. Nesse movimento, elas consideraram o concreto como ponto de partida na forma objetal. Iniciaram o processo de abstração por meio de representações gráficas e agora apresentam indícios de terem atingido a abstração máxima com a modelação literal (letras).

01· MESTRANDA: –Então, que operações nós podemos expressar?
02· ACADÊMICAS: –Multiplicação e divisão.
03· _____: Bruna vai até o quadro e representa as operações.
04· BRUNA: – Então, posso escrever, né? A gente tava fazendo ali, A seria o todo, B seria a unidade de medida intermediária e C seria o número de agrupamentos. Posso colocar número de agrupamentos? [*sic*]
05· MESTRANDA: –Pode.

06· BRUNA: –Quantas vezes essa unidade B vai se repetir. Pensando assim, o A, pensando em fazer a divisão. A divisão parte do todo. A dividido por B, que é a nossa unidade de medida intermediária, daria C, que é o número de agrupamentos. E na multiplicação o B, que é a unidade de medida intermediária, vezes C, daria o A que é o todo. Tá certo? [*sic*]

07· Fotografia 10 – Síntese apresentada por Bruna (6F)



Fonte: Acervo da pesquisa, registro fotográfico Luciane Isidoro, 2017.

08· MESTRANDA: –Todo mundo concorda?

09· ACADÊMICAS: –Sim.

10· _____: Duplas e trios conversam ao mesmo tempo, de modo que impossibilita a transcrição.

11· MESTRANDA: –Então, qual valor que a Bruna considerou para representar A?

12· ACADÊMICAS: –O todo.

13· MESTRANDA: –O que representa B?

14·ACADÊMICAS: –Unidade de medida intermediária.

15· MESTRANDA: –Nesse caso, o que representa C?

16· ACADÊMICAS: –Quantas vezes a unidade de medida intermediária se repetiu.

17· MESTRANDA: –Então, na divisão nós vamos ter?

18· ACADÊMICAS: –A ÷ B = C.

19· MESTRANDA: –E na multiplicação?

20· ACADÊMICAS: –B × C = A.

21· MESTRANDA: –Tranquilo?

22· ACADÊMICAS: –Tranquilo.

A partir do esquema da tarefa 6, as acadêmicas constataram de imediato que as operações a serem representadas eram multiplicação e divisão (2F). Essa síntese resulta do movimento realizado pelas acadêmicas desde a primeira tarefa até o presente momento, no qual se partiu do plano objetal para o gráfico e agora do gráfico para o literal. O fio condutor desse movimento foi a relação interna, universal, portanto, trata-se de uma transição teórica desde sua origem.

Primeiramente, Bruna (4F) identifica os elementos que constituem o esquema e determinou que *"[...]A seria o todo, B seria a unidade de medida intermediária e C seria o número de agrupamentos [...]*". Na sequência, a acadêmica (6F) apresenta a síntese elaborada por seu trio ao considerar o A como valor do todo: *"[...] a divisão parte do todo. A dividido por B, que é a nossa unidade de medida intermediária, daria C, que é o número de*

agrupamentos. E na multiplicação, o B, que é a unidade de medida intermediária, vezes C, daria o A que é o todo. [...]". A síntese apresentada por Bruna é expressão do movimento realizado pela turma. Assim, as acadêmicas atingiram a abstração máxima da relação universal, por meio da modelação literal ao concluírem que a divisão seria representada por A ÷ B = C (18 F) e a multiplicação seria B × C = A (20F).

> A abstração e generalização substanciais aparecem como dois aspectos de um processo único de ascensão do pensamento ao concreto. Graças à abstração o ser humano separa a relação inicial de certo sistema integral e na ascensão mental em direção a ela, conserva a especificidade da mesma. Simultaneamente esta relação inicial atua no princípio somente como relação particular. Mas no processo de generalização, o ser humano pode descobrir, no estabelecimento de conexões, sujeitas à lei, desta relação com os fenômenos singulares, seu caráter geral como base da unidade interna do sistema integral (DAVÍDOV, 1988, p. 151, tradução nossa).

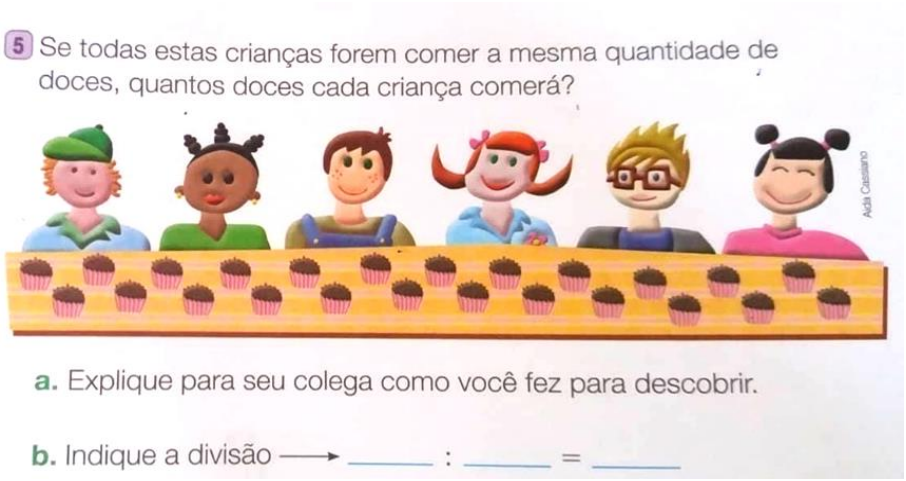
Na tarefa em referência, as acadêmicas concluíram o movimento de abstração pormeio da modelação literal e de generalização substancial. Os dois modelos, A ÷ B = C e B × C = A, podem ser aplicados na interpretação de qualquer problema cuja resolução envolve a relação de multiplicidade e divisibilidade. Em outras palavras, a modelação da relação universal, na forma literal, como o ponto máximo da abstração, possibilita às acadêmicas a interpretação de outras situações singulares, inclusive aquelas apresentadas em livros didáticos brasileiros.

2.3.2 Cena 2 – Resolução de uma tarefa particular a partir do procedimento generalizado e abstraído

A cena 2 refere-se à correção coletiva da tarefa 7 elaborada a partir de um livro didático brasileiro apontado por Hobold (2014) como aquele mais adotado em algumas escolas da região em que residem as acadêmicas.

Tarefa 7 – Interpretação e resolução de uma situação singular a partir da relação universal

Como você ensinaria seus alunos a interpretarem e resolverem o seguinte problema?

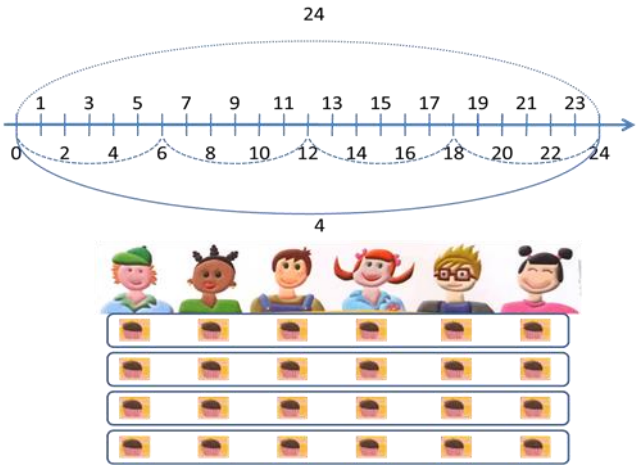


Fonte: Centurión, Teixeira e Rodrigues (2011, p. 215).

A cena em questão é constituída por cinquenta *flashes* (50F) capturados a partir da correção da tarefa 7, no contexto coletivo. Nesse momento as acadêmicas já haviam resolvido a tarefa proposta corretamente. Expressaram segurança e tranquilidade no processo de resolução com base nas reflexões realizadas durante a resolução das tarefas anteriores. Isto indica que as dificuldades vivenciadas nas tarefas apresentadas no episódio formativo 2foram arrefecidos. A seguir, os *flashes* de uma rápida correção.

01· MESTRANDA: –Qual é a unidade de medida intermediária?
02· ACADÊMICAS: – Seis.
03· MESTRANDA: –Seis o quê?
04· ACADÊMICAS: –Doces.
05· MESTRANDA: –E qual é a unidade de medida básica?
06· JULIANA: – São os vinte e quatro doces que tu tinha lá [*sic*].
07· MESTRANDA: –Vinte e quatro é o quê? É a unidade de medida básica?
08· ACADÊMICAS: –Não, é o todo.
09· MESTRANDA: –É o total.
10· FABIANA: –Total de medidas básicas.
11· MESTRANDA: –Vinte e quatro é o total de medidas básicas. Mas quanto que vale uma unidade de medida básica?
12· ACADÊMICAS: –Um doce/brigadeiro.
13· MESTRANDA: –Então, na reta numérica, nós teremos a quantidade de doces que é?
14· ACADÊMICAS: –Vinte e quatro.
15· MESTRANDA: –Vamos fazer agrupamentos de quantos em quantos?
16· ACADÊMICAS: –Seis.

17· MESTRANDA: –Isso, porque eu tenho seis crianças. Então nós teremos seis, mais seis, mais seis, mais seis, que resultaram em quantos agrupamentos?
18· ACADÊMICAS: –Quatro.
19· Figura 17 – Representação da divisão (17F)



Fonte: Elaboração da mestranda, 2017.

20· MESTRANDA: –Tenho um todo de vinte e quatro que resultou em?
21· ACADÊMICAS: –Quatro.
22· MESTRANDA: –Portanto, vinte e quatro dividido por?
23· ACADÊMICAS: –Seis é igual a quatro.
24· MESTRANDA: –O que representa aqui o vinte e quatro?
25· ACADÊMICAS: –O todo.
26· MESTRANDA: –O que representa o seis?
27· ACADÊMICAS: –Unidade de medida intermediária.
28· MESTRANDA: –O que representa o quatro?
29· ACADÊMICAS: – Quantidade de vezes que a medida intermediária se repetiu ou quantidade de doces para cada criança.
30· MESTRANDA: –Podemos fazer a operação inversa? Como ficaria?
31· ACADÊMICAS: –Multiplicação.
32· MESTRANDA: –Então, temos seis vezes um? (6 × 1 = __).
33· ACADÊMICAS: –Seis.
34· MESTRANDA: –Seis vezes dois? (6 × 2 = __).
35· ACADÊMICAS: –Doze.
36· MESTRANDA: –Seis vezes três? (6 × 3 = __).
37· ACADÊMICAS: Dezoito.
38· MESTRANDA: –Seis vezes quatro? (6 × 4 = __).
39· ACADÊMICAS: –Vinte e quatro.
40· MESTRANDA: –Resultando em?
41· ACADÊMICAS: –Vinte e quatro.
42· MESTRANDA: –Então, aqui a gente faz a inversa só para verificar o resultado, mas qual é a operação que tínhamos que fazer para resolver o problema?
43· ACADÊMICAS: –A divisão.
44· MESTRANDA: – E a operação seis vezes 0? (6 × 0 =__). Eu posso colocá-la na reta numérica?
45· ACADÊMICAS: – Pode.
46· MESTRANDA: –Onde ficaria?
47· ACADÊMICAS: –No zero.

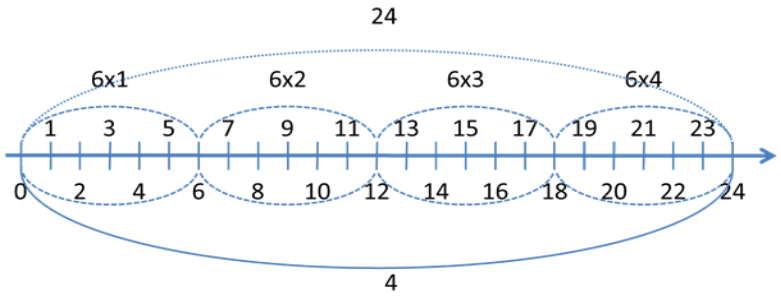
48· MESTRANDA: –Então, seis vezes zero? (6 × 0 = __).
49· ACADÊMICAS: –Zero.
50· CLARISSE: –Posso falar uma coisa rapidinho?A gente vê a importância do zero, né, porque se não tivesse o zero na reta, normalmente não ia dar. Porque no ensino tradicional, eu pelo menos quando aprendi o zero, a gente não dava muita importância, porque a professora falava: o zero é nada e tu não vai usar. Só que na divisão na reta não iria fechar. Por isso, que dá pra ver a importância do zero. Porque o zero realmente é importante, né [*sic*].

A tarefa proposta foi resolvida com facilidade pelas acadêmicas. Ao observarmos suas resoluções, constatamos que a turma resolveu rapidamente e corretamente o problema. Além disso, orientaram-se pelos elementos constituintes da relação universal dos conceitos de multiplicação e divisão, representaram corretamente sua operacionalização na reta numérica.

A partir da constatação de que não havia dúvidas, realizamos uma breve correção no coletivo, apenas com o intuito de refletir sobre a multiplicação por 0 (zero), que foi concebida com naturalidade, e até um certo tom de obviedade. Primeiramente, retomamos os elementos constituintes da relação universal dos mencionados conceitos: unidade de medida intermediária composta por 6 (seis) doces, pois são 6 (seis) crianças, unidade de medida básica composta por 1 (um) doce e total de unidades de medidas básicas e intermediárias. As acadêmicas consideraram o todo como 24 (vinte quatro) doces. Porém, salientamos que o problema em análise não determinava a quantidade de doces a ser dividido, apenas mencionava em seu enunciado que todas as crianças comeriam a mesma quantidade de doces e apresentava uma imagem com 24 (vinte e quatro) doces. Mas não havia a informação de que todos os doces deveriam ser comidos. Portanto, poderiam se considerar outros valores, pois trata-se de uma situação que estabelece somente o valor da unidade de medida intermediária (6).

Durante a resolução, nas duplas e trios, as acadêmicas utilizaram a reta numérica para a operacionalização da divisão (24 ÷ 6 = 4), e para verificar se o movimento operacional estava correto também representam a operação inversa (6 × 4 = 24), conforme figura 18 apresentada na sequência.

Figura 18– Representação na reta numérica da divisão (24 ÷ 6 = 4) e multiplicação (6 × 4 = 24)



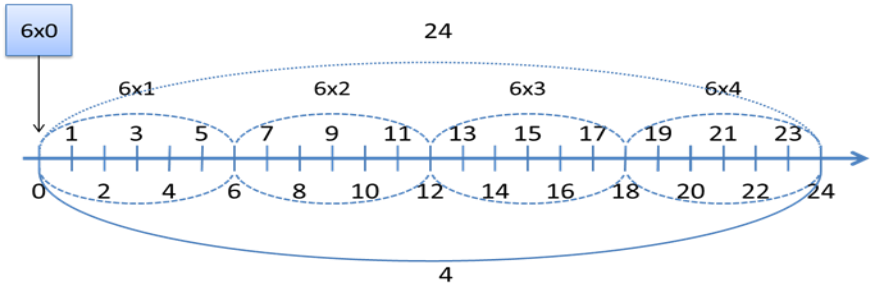
Fonte: Elaboração da mestranda, 2017, com base na produção das acadêmicas.

Para operacionalizar a divisão, 24 ÷ 6 = 4 (Figura 18) as acadêmicas tomaram como ponto de partida o todo (24), com arcos abaixo da reta formaram agrupamentos com 6 (seis) unidades cada, até chegarem ao ponto da reta que corresponde ao número 0 (zero). Desse movimento, resultaram 4 (quatro) agrupamentos, ou seja, 4 (quatro) doces para cada criança. Na multiplicação, 6 × 4 = 24, o ponto de partida dos arcos sobre a reta foi o número 0 (zero), até completarem-se 4 (quatro) arcos com 6 (seis) unidades cada. O ponto de chegada do último arco corresponde, na reta, ao número 24 (vinte e quatro), resultado da operação de multiplicação, portanto, o produto.

Em síntese, as acadêmicas constataram corretamente que a operação requerida seria a divisão. Foi por meio da operacionalização da divisão, na reta numérica, que chegaram à resposta ao problema, 4 (quatro) doces. Em outras palavras, o número 4 (quatro) surge como consequência do processo de operacionalização, como resultado da divisão, diferentemente do que indica a imagem do problema, na qual os 4 (quatro) doces já estão dispostos na frente de cada criança. Se não estivessem, a operação de divisão seria realizada com base na localização na tabuada, ou ainda, a partir da distribuição, um a um dos doces para as 6 (seis) crianças. Provavelmente, caro leitor, um desses 3 (três) procedimentos foi por você realizado no início da leitura da presente dissertação.

Durante a correção coletiva instigamos a reflexão sobre a operação de multiplicação por6 × 0 = __. Questionamos se era possível representá-la na reta numérica (44F). As acadêmicas afirmam que sim (45F), que sua localização seria no número 0 (zero) (47F), conforme figura 19 a seguir.

Figura 19 – Representação na reta numérica da operação 6 × 0 = 0



Fonte: Elaboração da mestranda, 2017.

A operação 6 × 0 = __ indica que não houve agrupamento algum de 6 (seis) unidades e, na divisão, ao tomar o todo como ponto de partida, indica o término de sua operacionalização. No entanto, como afirma Clarisse (50F), o modo de organização do ensino brasileiro não tem dado o devido valor ao número 0 (zero), "esse nada que é tudo" (LAISANT apud REGO, 2010), assim como aos demais números e operações básicas.

A presente tarefa, embora extraída de um livro didático brasileiro, foi resolvida a partir dos elementos teóricos estudados ao longo da disciplina, o que indica o arrefecimento de algumas dificuldades enfrentadas ao longo do semestre e a superação das compreensões iniciais por meio da aprendizagem de alguns elementos do modo de organização do Ensino Desenvolvimental. Ao resolverem um exercício de um livro didático brasileiro a partir de elementos teóricos, as acadêmicas indicam que há possibilidades de objetivação dos princípios didáticos do modo de organização do Ensino Desenvolvimental na Educação Básica. Tais princípios serão revelados na sequência por meio de uma reflexão teórica dos fundamentos que sustentam o modo de organização de ensino desenvolvido com as acadêmicas.

2.4 REVELAÇÃO DE ALGUNS ELEMENTOS QUE SUSTENTAM O MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

Nos itens anteriores do presente capítulo, reproduzimos o movimento percorrido pelas acadêmicas no desenvolvimento das tarefas dos conceitos de multiplicação e divisão. Tal movimento revela alguns elementos que sustentam o modo de organização do Ensino Desenvolvimental. Na sequência apresentaremos, de forma sintética, alguns desses elementos presentes no modo de organização de ensino desenvolvido na turma de Pedagogia.

Consideramos como ponto de partida o experimento objetal, no qual objetivou-se na primeira tarefa. Esta proporcionou às acadêmicas a revelação e transformação dos dados que constituem a relação universal dos conceitos de multiplicação e divisão. Nesse processo de resolução surgiu a necessidade de superar a contagem um a um por uma contagem por agrupamentos. Essa supera, por incorporação, a contagem de um em um.

Tal necessidade humana foi gerada em determinado momento histórico e reproduzida nas tarefas desenvolvidas com as acadêmicas, porque, de acordo com Davídov (1988, p. 174, tradução nossa), "[...] as jovens gerações reproduzem em sua consciência as riquezas teóricas que a humanidade acumulou e expressou nas formas ideais da cultura espiritual".

A organização metodológica de ensino da primeira tarefa estava pautada na AOE. Alguns dos seus elementos refletem situações perpassadas pela humanidade em seu desenvolvimento, tais como: 1) Síntese histórica do conceito, trata-se do movimento lógico-histórico e apropriação do mesmo; 2) Situação Desencadeadora de Aprendizagem, refere-se ao experimento objetal que mobilizou a turma a interagir para se chegar a um nível elaborado de compreensão dos conceitos de multiplicação e divisão; 3) Síntese coletiva, momento em que as acadêmicas, no coletivo discutiram e encontram uma solução para a tarefa proposta (LOPES, 2018; POZEBON, LOPES, 2019).

Desse modo, a análise a partir do experimento objetal, ou seja, concreto definiu que o movimento percorrido pelas acadêmicas foi em nível teórico. Tal movimento ocorreu da ascensão do abstrato ao concreto e da redução do concreto ao abstrato, com a orientação/direcionamento das professoras/pesquisadoras. Nesse movimento as acadêmicas analisaram o conteúdo do material didático, destacaram a relação universal, abstraíram e generalizaram. Utilizaram tais ações mentais (abstrações e generalizações) para deduzirem e resolverem outras tarefas particulares a partir da relação universal dos conceitos de multiplicação e divisão.

A revelação da relação universal dos conceitos de multiplicação e divisão, evidenciada na primeira tarefa (unidade básica, unidade intermediária, total de unidades básicas e total de unidades de medida intermediária) serviu como um princípio geral para orientar a realização das demais tarefas.

Esse movimento de revelação possibilitou às acadêmicas chegarem à modelação objetal, gráfica (esquema e reta numérica) e literal (por meio de letras). Para Davídov (1988, p. 182, tradução nossa), os modelos "constituem uma conexão internamente imprescindível no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos e dos procedimentos generalizados de

ação". É considerado "[...] como produto da análise mental, pode ser depois um meio especial da atividade mental do homem" (DAVÍDOV, 1988, p. 183, tradução nossa).

Essa atividade mental ocorreu nas acadêmicas por meio de abstrações e generalizações substanciais a partir de uma situação geral. Para Davýdov (1982, p. 368, tradução nossa), "a formação do conceito teórico opera-se no trânsito do geral ao particular". Nesse movimento, após as acadêmicas compreenderem a relação essencial, conseguiram resolver as demais tarefas de caráter particular e singular, apesar das dificuldades oriundas da Educação Básica que limitaram o processo.

3 SUPERAÇÃO POR INCORPORAÇÃO: UMA ANÁLISE COMPARADA ENTRE A AVALIAÇÃO INICIAL E FINAL À LUZ DO PROCESSO

Com a finalidade de investigar o conhecimento das acadêmicas de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental, realizamos uma "[...] análise do objeto em seu desenvolvimento, no processo formativo de sua integridade" (DAVÝDOV, 1982, p. 321, tradução nossa).

A análise permeou os dados apreendidos a partir das respostas apresentadas pelas acadêmicas no instrumento de avaliação (Figura 2), que foi ponto de partida e ponto de chegada da presente investigação, conforme retomamos a seguir:

Figura 2 – Instrumento de avaliação

> Imagine que você foi convidado (a) para lecionar em uma turma de terceiro ano de uma escola da Rede Estadual de Educação, a partir de amanhã.
>
> Você deverá ensinar divisão durante o período matutino.
>
> É importante ressaltar que o professor anterior ainda não abordou esse conceito.
>
> Você tem até às 22h30min de hoje para planejar essa aula e enviar o plano de ensino ao diretor da escola, com ações detalhadas para o período inteiro, ou seja, cinco aulas sobre divisão.
>
> Além disso, você não tem tempo disponível para pesquisar sobre o assunto. Portanto, o plano de ensino terá que ser elaborado a partir do que você já sabe sobre divisão.
>
> Como você faria esse plano?
>
> Elabore o plano de ensino com todas as situações que você desenvolveria na turma (explicações, experimentos, reflexões, exercícios, atividades...) e entregue até o final da presente aula (22h30min) para a professora Josélia.

Fonte: Elaboração nossa, 2017.

As respostas ao referido instrumento, como ponto de chegada, tiveram outra qualidade ao serem contrastadas com as respostas apresentadas no primeiro dia de aula. Ao longo do processo de ensino e aprendizagem realizado na disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, em 2017/2, tomamos como ponto de partida as compreensões iniciais das acadêmicas (1º encontro) e como ponto de chegada consideramos as compreensões finais após o desenvolvimento das tarefas dos conceitos de multiplicação e divisão (9º encontro).

Para compreender o processo de conhecimento das acadêmicas, assimilamos em detalhe o objeto investigado, analisamos suas diversas formas de desenvolvimento e revelamos sua base universal (DAVÍDOV, 1988).

Consideramos a conexão universal e suas dependências reais do que existiu (antes do experimento didático desenvolvimental), ao que existe (conhecimento apresentado no 1º encontro) e do que existe para o que pode existir (possibilidade de apropriação do conhecimento após o desenvolvimento das tarefas dos conceitos de multiplicação e divisão no 9º encontro como resultado do processo).

Para exposição, consideramos as compreensões inicias e finais das acadêmicas. Estas se aproximam, em parte, dos princípios didáticos correspondentes ao ensino tradicional e ao Ensino Desenvolvimental explicitados por Davýdov (2017).

Durante a análise, constatamos indícios de superação de alguns elementos de princípios didáticos do ensino tradicional pelo desenvolvimental. A seguir, apresentamos a síntese dos princípios didáticos apresentados por Davýdov, nos quais nortearam a presente análise (Quadro 1).

Quadro 1 – Síntese dos princípios didáticos analisados

PRINCÍPIOS DO ENSINO TRADICIONAL	PRINCÍPIOS DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL
Caráter sucessivo: Na prática escolar leva à indistinção entre os conceitos científicos e cotidianos. Conserva o que as crianças aprendem antes de entrar na escola.	**Caráter novo do conhecimento:** Não desconsidera o cotidiano, mas propõe o ensino do conceito científico. Entende-se que a escola é lugar para a criança aprender o novo.
Caráter visual, direto ou intuitivo: Considera as propriedades externas do objeto dadas sensorialmente e seu caráter classificador. O processo de generalização ocorre por meio do movimento do particular ao geral.	**Princípio do caráter objetal:** Considera as propriedades externas e internas do objeto. Revela o conteúdo do conceito (relação universal) e representa este conteúdo em forma de modelos. O processo de generalização ocorre por meio do movimento do geral ao particular.
Caráter da acessibilidade: Dá-se aos alunos aquilo que são capazes de assimilar na correspondente idade. O ensino utiliza unicamente as possibilidades já formadas e presentes na criança. Subestima a natureza histórica concreta das possibilidades da criança. Contradiz a ideia da educação que promove desenvolvimento.	**Educação que desenvolve:** Trata-se de uma estruturação na educação que seja possível desenvolver qualquer elo da psique das crianças, de forma ativa e que alcance um alto nível da consciência e do pensamento teóricos modernos.

Fonte: Elaboração nossa com base em Davýdov, 2017.

Desse modo, organizamos o presente capítulo a partir das compreensões iniciais das acadêmicas pautadas nos princípios do ensino tradicional comparadas com as compreensões finais alicerçadas nos princípios do Ensino Desenvolvimental que sustentam o modo de organização do ensino desenvolvido na disciplina na qual a investigação foi realizada.

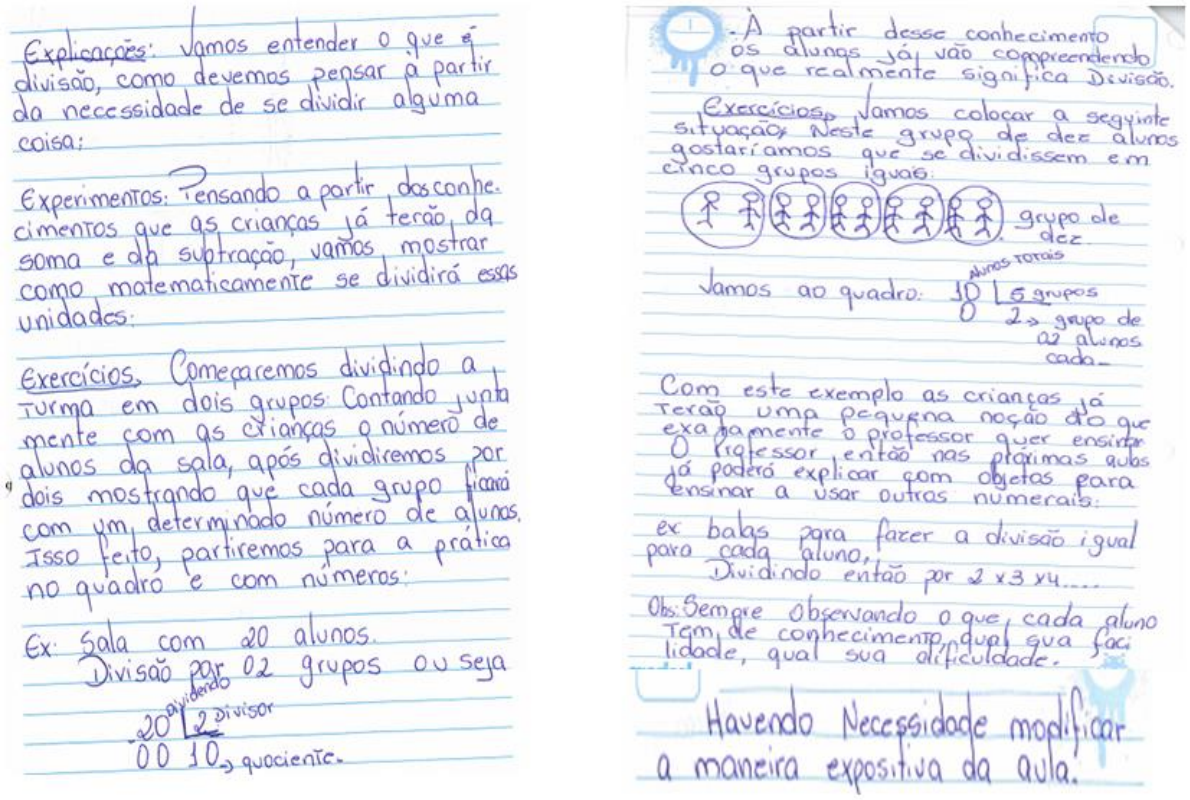
3.1 COMPREENSÕES INICIAIS: EIS O PONTO DE PARTIDA

A partir da necessidade de apreender o pensamento das acadêmicas em seu constante movimento de transformação, foi imprescindível analisar suas compreensões iniciais sobre o modo de organização do ensino de Matemática. No primeiro dia de aula, em 2017-2, realizamos uma avaliação inicial (Figura 2 - Instrumento de avaliação), na qual propusemos que as acadêmicas desenvolvessem, individualmente, um plano de ensino para uma turma de terceiro ano do Ensino Fundamental, sobre o conceito de divisão. Eis o ponto de partida da presente investigação que nos possibilita refletir sobre o movimento real e inicial do estágio de compreensão das acadêmicas.

Com base nos planos de ensino elaborados pelas acadêmicas, constatamos a presença de alguns elementos do ensino tradicional. Estes indicam que suas compreensões iniciais estavam pautadas nos princípios didáticos compatíveis com a teoria do pensamento empírico (DAVÝDOV, 2017), tais como: o de caráter sucessivo da aprendizagem, o caráter visual, direto ou intuitivo do ensino e a acessibilidade.

A seguir, examinaremos os referidos princípios em unidade com o plano de ensino elaborado pela acadêmica Margarida (Figura 20), como expressão geral dos planos de ensino elaborados pela turma. A opção pelo plano de Margarida deve-se ao fato de ela explicitar os elementos que também estão presentes nas demais produções, mas de forma implícita.

Figura 20 – Plano de ensino elaborado pela acadêmica Margarida no primeiro dia de aula



Explicações: Vamos entender o que é divisão, como devemos pensar a partir da necessidade de se dividir alguma coisa:

Experimentos: Pensando a partir dos conhecimentos que as crianças já terão da soma e da subtração, vamos mostrar como matematicamente se dividirá essas unidades:

Exercícios: Começaremos dividindo a turma em dois grupos. Contando junto mente com as crianças o número de alunos da sala, após dividiremos por dois mostrando que cada grupo ficará com um determinado número de alunos. Isso feito, partiremos para a prática no quadro e com números:

Ex: Sala com 20 alunos.
Divisão por 02 grupos ou seja
20 | 2 (dividendo / divisor)
00 10 → quociente.

- À partir desse conhecimento os alunos já vão compreendendo o que realmente significa Divisão.

Exercícios: Vamos colocar a seguinte situação: Neste grupo de dez alunos gostaríamos que se dividissem em cinco grupos iguais.

grupo de dez

Vamos ao quadro: 10 | 5 grupos (alunos totais)
0 2 → grupo de 02 alunos cada.

Com este exemplo as crianças já terão uma pequena noção do que exatamente o professor quer ensinar. O professor, então nas próximas aulas já poderá explicar com objetos para ensinar a usar outras numerais:

ex: balas para fazer a divisão igual para cada aluno,
Dividindo então por 2 x 3 x 4....

Obs: Sempre observando o que, cada aluno Tem de conhecimento, qual sua facilidade, qual sua dificuldade.

Havendo Necessidade modificar a maneira expositiva da aula.

Fonte: Elaboração da acadêmica Margarida, 2017.

O plano de ensino apresentado por Margarida no primeiro dia de aula, assim como os demais, sustenta-se no princípio do caráter sucessivo da aprendizagem, caráter visual, direto ou intuitivo do ensino e da acessibilidade.

3.1.1 Princípio do caráter sucessivo da aprendizagem

De acordo com o princípio do caráter sucessivo da aprendizagem, o ensino escolar conserva os conhecimentos cotidianos trazidos pelos estudantes, sem distinguir dos conceitos científicos. Desse modo, consideram-se as experiências das crianças adquiridas antes de ingressar na escola e privilegia-se o ensino de tarefas que se aproximam do dia a dia dos estudantes (DAVÝDOV, 2017).

Essa premissa vai ao encontro do que propõe a psicologia pedagógica tradicional, a qual "[...] recomenda que os professores usem a experiência empírica cotidiana para familiarizar os escolares com coisas e fenômenos como base para que assimilem os conhecimentos escolares" (DAVÍDOV, 1988, p. 110, tradução nossa).

A estruturação dos conteúdos escolares orientada pela experiência empírica cotidiana está presente no plano de ensino elaborado por Margarida. As situações-problemas propostas pela acadêmica, como dividir a turma em grupos e até mesmo a divisão de balas, já fazem parte do cotidiano das crianças antes de ingressarem na escola. Com base nessas situações cotidianas, a formação dos estudantes limita-se às bases da consciência e do pensamento empíricos.

> O cultivo, na escola, do pensamento empírico é uma das causas objetivas de que o ensino escolar influencia fracamente no desenvolvimento psíquico das crianças, no desenvolvimento de suas capacidades intelectuais, porquanto o pensamento empírico origina-se e pode mais ou menos desenvolver-se fora da escola, já que suas fontes estão vinculadas à vida cotidiana das pessoas (DAVÍDOV, 1988, p. 06, tradução nossa).

Assim, se as crianças desenvolvem o pensamento cotidiano fora da escola, cabe-nos questionar a finalidade do ensino tradicional. Conforme Davydov (1982, p. 14, tradução nossa), uma de suas finalidades principais consiste em "inculcar nas crianças generalizações e conceitos [...]" empíricos. Essas generalizações "[...] não expressam a especificidade dos conceitos científicos estritamente teóricos" (DAVÍDOV, 1988, p. 104, tradução nossa).

Em conformidade com a finalidade do ensino tradicional, encontra-se o princípio do caráter sucessivo, que "[...] leva à indistinção entre os conceitos científicos e os cotidianose à aproximação exagerada entre a atitude propriamente científica e a cotidiana das coisas. Entre parênteses, mazela e indiferença correspondem plenamente aos objetivos finais da escola tradicional", ou seja, formar a mão de obra barata para o trabalho (DAVÝDOV, 2017, p. 214). Eis um dos problemas mais importantes da Teoria do Ensino Desenvolvimental: "definir a peculiaridade e as particularidades qualitativas dos conceitos científicos diferentemente dos cotidianos e empíricos" (DAVÍDOV, 1988, p. 104, tradução nossa).

No ensino tradicional não se identifica essa peculiaridade qualitativa dos conhecimentos científicos, pois o ensino requer as "[...] sucessões contínuas para todos os tipos de generalizações e distintos níveis do conceito [...]. Segundo esse critério, em cada sucessivo estágio de ensino, se faz necessário 'acrescentar' e proteger o que foi constituído e acumulado em experiências anteriores da criança" (DAVÝDOV, 1982, p. 35, grifo do autor, tradução nossa). Em outras palavras, em cada estágio de ensino a complexidade dos conteúdos aumenta em termos de quantidade, porém, em termos de qualidade, não há modificações, pois o método de ensino permanece o mesmo e, portanto, não se reflete sobre as limitações das aprendizagens anteriores.

Mas, é possível superar essa conjuntura? Sim, a partir de uma estruturação das disciplinas escolares sustentada em um conteúdo e método que propiciem o desenvolvimento psíquico das crianças.

Desse modo, "sem dúvida alguma a experiência vital da criança deve ser utilizada no ensino, mas somente pela via de sua reestruturação qualitativa dentro da forma especial e nova para o estudante, do conhecimento científico teórico" (DAVÍDOV, 1988, p. 111, tradução nossa). Não se pode negar as experiências e a realidade dos estudantes, mas cabe à escola possibilitar a transformação de uma nova visão de mundo, diferente da visão do senso comum já formada no cotidiano das crianças.

Essa transformação só será possível se a escola propiciar o estágio atual de desenvolvimento da ciência, que "se esforça para passar da descrição dos fenômenos à revelação da essência como conexão interna destes. Sabe-se que a essência tem um conteúdo diferente dos fenômenos e das propriedades dos objetos diretamente dadas" (DAVÍDOV, 1988, p. 104, tradução nossa). Em contrapartida, no ensino tradicional a essência é considerada a partir da aparência externa, visual, direta e intuitiva do objeto, conforme o princípio a seguir.

3.1.2 Princípio do caráter visual, direto ou intuitivo do ensino

O ensino com base no princípio do caráter visual, seja direto ou intuitivo, considera apenas as propriedades externas do objeto dadas sensorialmente. Por conseguinte, a formação nos estudantes reduz-se às generalizações e conceitos empíricos, fundamentados na lógica formal, na qual "examina os traços do conceito apenas sob o ponto de vista da função de diferenciação de uma classe de objetos, refletida em um ou outro conceito, em relação à outra classe" (GORSKI; TAVÁNETS, 1956, p. 33, apud DAVÍDOV, 1988, p. 103, tradução nossa). Isto significa que o ensino tradicional analisa somente a aparência externamente dada do objeto, seu aspecto comum e classificador.

No plano de ensino proposto pela acadêmica Margarida, no primeiro dia de aula, há indícios de limitação à aparência externa do objeto. Inicia com uma situação-problema que envolvia a divisão dos estudantes da turma em grupos. Logo, surgem como resultado 2 (dois) grupos compostos por 10 (dez) estudantes. Na sequência, a acadêmica propõe que os grupos formados por 10 (dez) estudantes se dividissem em 5 (cinco) grupos iguais. Diante dessa situação, "os alunos, gradativamente são levados às generalizações, por meio da observação e do estudo do material concreto dado visualmente e captado sensorialmente (SHARDÁKOV,

1963, p. 128, apud DAVÍDOV, 1988, p. 103, tradução nossa). Mas, sem considerar a relação interna entre a quantidade de crianças com a unidade de medida básica (cada criança) e a unidade de medida intermediária (quantidade de crianças em cada agrupamento).

A partir dessa premissa, aos estudantes bastaria apenas a visualização, comparação e classificação para se chegar a um resultado. Esse movimento possibilitaria representar "[...] somente os resultados do pensamento empírico, que resolve as tarefas de classificar objetos segundo seus traços externos e identificá-los (DAVÍDOV, 1988, p. 105, tradução nossa).

Ao analisarmos o plano de ensino da acadêmica, supúnhamos que o movimento operacional para responder à situação-problema fora realizado por meio de desenhos e do algoritmo. A resposta estava dada visualmente nos desenhos, e um recurso que também poderia ser utilizado é a distribuição do concreto (estudantes), um a um, até chegar ao último estudante para a formação de 5 (cinco) grupos iguais, sem necessariamente proceder à operação de divisão.

Trata-se de uma resolução a partir de uma generalização conceitual empírica, pois "[...] não se revela a essência do objeto, a conexão interna de seus aspectos (DAVÍDOV, 1988, p. 104-105, tradução nossa). Ou seja, os estudantes já recebem o conceito pronto e acabado, não participam da reprodução da relação essencial produzida historicamente pela humanidade e não há a revelação das suas relações internas, aquelas que não estão dadas diretamente aos órgãos do sentido.

Nessa mesma direção, a acadêmica propõe também explicar o conceito de divisão com objetos para ensinar a usar outros numerais. A título de exemplificação, a acadêmica sugere o uso de "balas para fazer a divisão igual para cada aluno, dividindo por 2x, 3x, 4x..." (MARGARIDA, 2017). Assim, prevalece a formação do pensamento empírico, limitador com base no caráter visual da aparência externa dos objetos.

O caráter visual, direto ou intuitivo é insuficiente para a formação conceitual em nível teórico, pois a resolução de situações-problemas ocorre com base naquilo que está dado aparentemente aos órgãos dos sentidos. Conduz à formação de generalizações e conceitos empíricos, nos quais estabelecem apenas:

> [...] a identidade completa entre todos os 'elementos' do conteúdo da ideia (conceito) e os traços comuns, externos, captados diretamente do objeto e postos em evidência por meio da comparação. Os traços dados podem ser percebidos, representados e pensados. Por essência, isto significa a redução do conteúdo do conceito aos dados sensoriais, à descrição do processo de formação do conceito só como mudança da

> forma em que se expressam os traços comuns do objeto (DAVÍDOV, 1988, p. 105, tradução nossa).

Nesse sentido, outra característica limitadora do princípio do caráter visual, direto ou intuitivo refere-se ao movimento do particular ao geral, no processo de generalização. A partir do plano de ensino da acadêmica, verificamos situações-problemas em que:

> [...] os escolares comparam os procedimentos de solução de muitas tarefas particulares, identificando certa via geral. Assim, para assimilar o procedimento de solução de determinado tipo de tarefa de física se requer que os escolares resolvam até 88 tarefas particulares; para a formação do procedimento geral de solução de uma tarefa aritmética tipo, os livros didáticos às vezes propõem aos escolares resolver até 20-30 tarefas semelhantes (DAVÍDOV, 1988, p. 179, tradução nossa).

Davídov (1988) aponta as fragilidades ao realizar o movimento do particular ao geral. Dentre elas, há a repetição excessiva de tarefas particulares para assimilação do procedimento geral de resolução. Essa necessidade de repetição de tarefas particulares é evidenciada quando a acadêmica expõe que "o professor então nas próximas aulas já poderá explicar com objetos para ensinar a usar outros numerais" (MARGARIDA, 2017). Reforça essa necessidade quando propõe fazer divisão de balas por 2 (dois), 3 (três), 4 (quatro), entre outras.

> [...] a maioria dos professores apressa-se a consolidar o hábito de resolver problemas de um tipo particular, e dedica muito pouco tempo a explicações detalhadas do processo de resolução dos problemas em geral. Por isso, os alunos que aprendem com lentidão não conseguem muitas vezes recordar o raciocínio que conduz à solução. E embora consigam resolver problemas de um tipo particular, não conseguem modificar o método de resolução em condições novas: isto é, os seus conhecimentos formalizam-se (KALMYKOVA, 1991, p. 23-24).

Nessa direção, surge a seguinte inquietação: esse modo de organização do ensino proposto por Margarida, no primeiro dia de aula, a partir do caráter visual, contribui para o ensino da essência do conceito de divisão? Para Davídov (1988, p. 103, tradução nossa), "o papel orientador do visual no ensino, especialmente no primário, atesta que o caminho indicado para a formação da generalização conceitual não tem apenas um sentido teórico". Em outras palavras, o modo de organização do ensino com base no caráter visual forma nos estudantes operações mentais (abstrações, generalizações e conceitos) empíricas. Essas operações são limitadas à aparência externa e não revelam a relação essencial do conceito de divisão a partir dos seguintes elementos: unidade de medida básica, unidade de medida intermediária e total de ambas. Davídov propõe que:

> [...] o homem deve tomar em consideração não somente as propriedades externas dos objetos, mas também as conexões internas que permitem mudar suas propriedades e fazê-los passar de um estado a outro. Não se podem colocar em manifesto estas relações enquanto não se realiza a transformação prática dos objetos ou sem ele, uma vez que somente neste processo ditas relações se revelam (DAVÍDOV, 1988, p. 116, tradução nossa).

Portanto, compartilhamos com a ideia Davídov (1988), de que devemos considerar as propriedades externas, mas também adentrar nas conexões internas, por meio de problemas que possibilitem o movimento do geral ao particular, na busca pela revelação da essência do conceito, sem subestimar a capacidade dos estudantes, tal como se procede à luz do princípio da acessibilidade.

3.1.3 Princípio do caráter da acessibilidade

A organização das disciplinas escolares, alicerçada no princípio do caráter da acessibilidade, subestima a capacidade das crianças, pois parte da premissa de que "[...] em cada nível de ensino, dá-se aos alunos aquilo que são capazes de assimilar na correspondente idade" (DAVÝDOV, 2017, p. 215).

Essa concepção de que a criança não é capaz de assimilar determinados conteúdos, por não ter se desenvolvido intelectualmente ou por ser precoce à sua idade, é sustentada na psicologia tradicional. A formação empírica limita a possibilidade de a aprendizagemimpulsionar o desenvolvimento dos estudantes, visto que, a partir dessa compreensão, alguns conceitos mais abstratos são considerados complicados para as crianças.

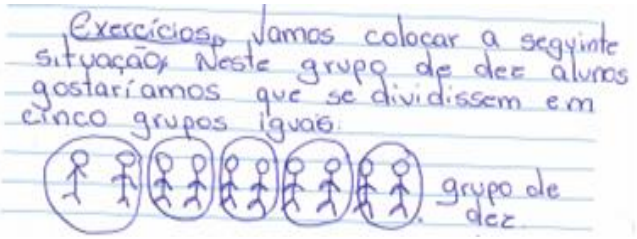
Esse fato ocorreu com a acadêmica Margarida, no momento em que estávamos desenvolvendo a primeira tarefa (Episódio 1) do experimento referente à medição de líquido, em seu caráter geral. A acadêmica indagou: "*Como a criança vai chegar nessa parte da multiplicação e da divisão?*" (MARGARIDA, 2017). Em outras palavras, a criança tem capacidade para aprender isso?

Nesse contexto de reflexões, Davýdov (2017, p. 215) contribui: "Mas quem e quando pode definir, com precisão, a medida dessa capacidade?" O autor compreende que essa predeterminação está relacionada ao ensino tradicional e aos interesses sociais. Assim, o nível das exigências, em relação às crianças em idade escolar, trata-se da educação empírico-utilitária (DAVÝDOV, 2017). A educação empírica possibilita apenas um ensino que:

> [...] utiliza unicamente as possibilidades já formadas e presentes na criança. Em cada caso, é possível, então, limitar tanto o conteúdo do ensino como as exigências apresentadas à criança nesse nível real presente, sem se responsabilizar por suas premissas. Naturalmente, assim é possível justificar a limitação e a pobreza do ensino primário, apelando-se às características evolutivas da criança de sete anos, como, por exemplo, o pensamento por imagens, que se apoia em representações básicas (DAVÝDOV, 2017, p. 215).

Em seuplano de ensino, Margarida propõe, no problema da divisão de grupos (10÷ 5), a utilização de representação básica por imagem, conforme a seguir:

Figura 21 – Representação básica por imagem



Fonte: Elaboração da acadêmica Margarida, 2017.

A figura 21 indica que a proposição de ensino da acadêmica foi apoiada em imagem. Não há um problema que gere a necessidade dos agrupamentos, assim como não há indicativos do processo pelo qual tais agrupamentos seriam compostos a partir do procedimento geral de formação de agrupamentos. A representação por imagem como forma de concretizar uma abstração é amplamente utilizada nos livros didáticos brasileiros (HOBOLD, 2014), osquais, geralmente, apresentam respostas para situações-problemas por meio de imagens, dadas visualmente.

Há outra limitação do princípio da acessibilidade presente na proposição em análise. Foi considerada apenas a significação aritmética e a grandeza discreta com foco para o algoritmo. Desconsiderou a significação algébrica por meio de letras e as reflexões na reta numérica, contexto geométrico do conceito de número e sua operacionalização. Essa limitação predomina no modo de organização do ensino brasileiro. Habitualmente, nos anos iniciais, as crianças aprendem a significação aritmética e nos anos finais do Ensino Fundamental os estudantes ampliam o conhecimento com a significação algébrica. De acordo com Matos (2017, p. 55), "na escola tradicional, a álgebra também é relegada a um segundo plano por ser considerada como de alto nível de abstração, algo considerado inatingível pelas crianças". Desse modo, reafirma o que rege o princípio da acessibilidade, a subestimação das potencialidades das crianças e "[...] contradiz a ideia da educação que promove desenvolvimento" (DAVÝDOV, 2017, p. 215). O plano de ensino proposto pela acadêmica

Margarida, em seu caráter singular, não foi considerado de forma isolada. Ao contrário, expressa a unidade do diverso. Subjacente aos diferentes planos de ensino, elaborados no primeiro dia de aula pelas acadêmicas, consideramos o que há de comum em seus registros escritos, sua conexão universal. Para Davýdov (1982, p. 321, tradução nossa), "é necessário compreender, ou seja, reproduzir, construir essa integridade na forma singular espiritual, depoisdeesclarecerascausas e bases dessa conexão – e não alguma outra – de seus componentes soltos dentro do todo e através dela".

As bases dessa conexão universal, extraídas a partir da análise dos diversos planos de ensino do primeiro dia de aula, são constituídas pelos princípios didáticos do ensino tradicional.

Nesse primeiro momento, as acadêmicas orientaram-se pelas experiências cotidianas das crianças, com problemas que envolviam a divisão de balas e objetos. Porém, tais situações são resolvidas pelos estudantes em seu dia a dia, antes mesmo de ingressarem na escola. Porém, na escola eles precisam se deparar com um procedimento novo, em nível científico, diferente do que já estão acostumados e que lhes possibilitem superar a experiência empírica.

Em síntese, nas produções apresentadas no primeiro dia de aula houve o predomínio de problemas em que a resposta estava dada visualmente aos órgãos dos sentidos com a representação básica e direta da situação envolvida por meio de desenhos. De modo geral, o processo de resolução era a partir da distribuição, um a um, dos objetos, com ênfase para aintrodução do algoritmo nos limites da significação aritmética, das grandezas discretas e das situações-problemas de caráter particular.

Ressaltamos que as situações de caráter particular, tal como apresentadas no primeiro dia de aula, não revelam o núcleo essencial do conceito para que seja aplicado em qualquer situação particular. Por isso, há necessidade de propor diversas tarefas particulares na tentativa de assimilação do conteúdo indicado.

Desse modo, os problemas propostos pelas acadêmicas não possibilitaram a revelação do movimento interno do conceito de divisão, bem como também não possibilitaram revelar a interconexão com o conceito de multiplicação.

A causa dessas impossibilidades decorre do modo de organização do ensino proposto pelas acadêmicas, no qual há o predomínio, nos planos de ensino elaborados no primeiro dia de aula, de elementos fundamentados nos princípios do ensino tradicional. A consequência disso deriva do conhecimento empírico já formado nas acadêmicas, ou seja, pela orientação recebida em sua formação na Educação Básica.

Era comum ouvirmos das acadêmicas a seguinte afirmação: "*Se é difícil para nós, imaginem para as crianças*". A capacidade das crianças aprenderem era suposta a partir de suas limitações e dificuldades, decorrentes de uma educação frágil e empírica. Um dos nossos desafios estava em refletir sobre essa verdade considerada como ponto de partida de nossas reflexões. Nesse momento questionávamos: o conhecimento das acadêmicas persistirá empírico após o término do experimento didático desenvolvimental?

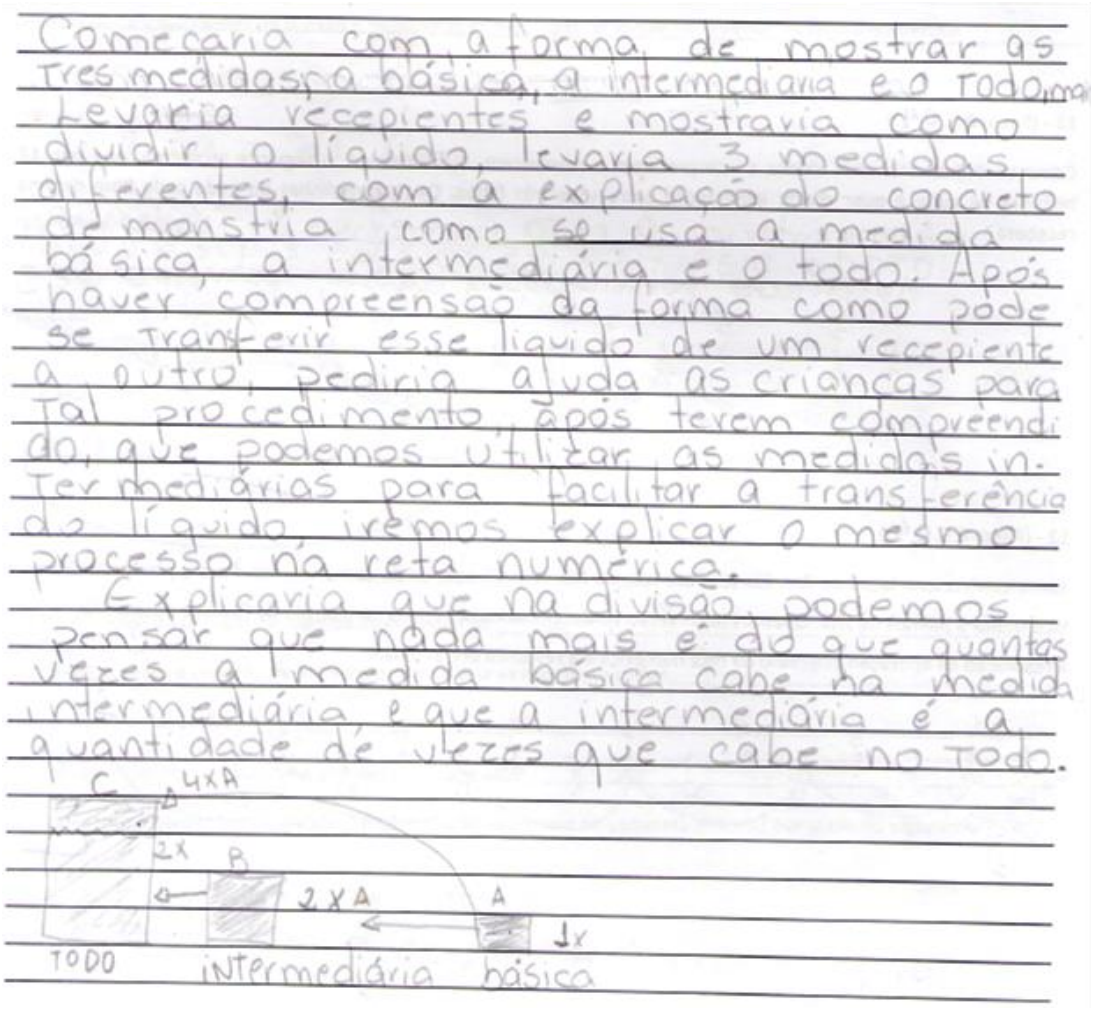
3.2 COMPREENSÕES FINAIS: EIS O PONTO DE CHEGADA

Após a avaliação do conhecimento inicial das acadêmicas no 1º encontro, as aulas ocorreram conforme estava previsto no plano de ensino da disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*. Vale lembrar que a referida disciplina é organizada com base nos princípios da lógica dialética, mais precisamente na Teoria do Ensino Desenvolvimental proposta por Davýdov.

No 7º e 8º encontros foram desenvolvidas as tarefas que envolviam os conceitos de multiplicação e divisão. Portanto, foi no 9º encontro que realizamos a avaliação do conhecimento das acadêmicas, após as reflexões sobre o modo de organização de ensino dos conceitos mencionados. Utilizamos como procedimento de apreensão de dados o mesmo instrumento avaliativo realizado no primeiro dia de aula (Figura 2 - Instrumento de avaliação). Solicitamos a elaboração de um plano de ensino para uma turma de terceiro ano sobre o conceito de divisão a fim de verificar se ocorreram alguns indícios de aprendizagem e mudança no conhecimento das acadêmicas. Eis o ponto de chegada da presente investigação que nos possibilita refletir sobre o movimento real e final do estágio de compreensão das colaboradoras da pesquisa.

A partir dos planos de ensino elaborados pelas acadêmicas, constatamos a presença de alguns elementos do Ensino Desenvolvimental. Estes indicam que suas compreensões finais estavam pautadas em princípios didáticos que se aproximam da teoria do pensamento teórico (DAVÝDOV, 2017). A título de exemplificação, na sequência apresentamos o plano de ensino elaborado por Margarida (Figura 22).

Figura 22 – Plano de ensino elaborado pela acadêmica Margarida no 9º encontro



Fonte: Elaboração da acadêmica Margarida, 2017.

O plano de ensino apresentado por Margarida no 9º encontro, assim como os das demais acadêmicas, indicam a reprodução das tarefas desenvolvidas com elas em sala de aula. Porém, no momento que elas organizaram o ensino para nos Anos Inicias do Ensino Fundamental I apresentaram indícios de superação e apropriação teórica. Desse modo, os planos de ensino propostos sustentam-se no princípio do caráter novo do conhecimento, caráter objetal e da educação que desenvolve.

3.2.1 Princípio do caráter novo do conhecimento

O princípio do caráter novo considera como base para o ensino escolar o conteúdo do conhecimento científico. Pressupõe que a criança, ao frequentar a escola, deve sentir o caráter novo dos conceitos por meio da apropriação científica (DAVÝDOV, 2017). Nesse sentido, não desconsidera os conhecimentos cotidianos trazidos pelos estudantes, mas

entende-se que a escola é lugar para a criança a aprender o novo, o que ainda não sabe mas tem condições de aprender, desde que o ensino seja devidamente organizado e orientado.

> Tomemos como ponto de partida o fato de que *a aprendizagem da criança começa muito antes da aprendizagem escolar*. A aprendizagem escolar nunca parte do zero. Toda a aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história. Por exemplo, a criança começa a estudar aritmética, mas já muito antes de ir à escola adquiriu determinada experiência referente à quantidade, encontrou já várias operações de divisão e adição, complexas e simples; portanto a criança teve uma pré-escola de aritmética, e o psicólogo que ignorasse este fato estaria cego (VIGOTSKII, 2006, p. 109, grifo do autor).

Com isso, o princípio do caráter novo considera a aprendizagem da criança adquirida antes de ingressar na escola. Mas, não se restringe a essas experiências do cotidiano, pois "[...] o próprio conhecimento que cada indivíduo elabora para sua vida cotidiana não dá conta de responder às necessidades de sua própria vida cotidiana" (GIARDINETTO, 1999, p. 7).

É imprescindível superar o conhecimento elaborado com base nas experiências do cotidiano com o desenvolvimento do pensamento teórico, por meio de operações mentais de abstração e generalização substanciais, geradoras de conceitos teóricos (DAVÍDOV, 1988). Tais conceitos atuam "[...] como forma de atividade mental por meio da qual se reproduz o objeto idealizado e o sistema de suas relações, que em sua unidade refletem a universalidade da essência do movimento do objeto material" (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução nossa).

No plano de ensino elaborado no 9º encontro por Margarida, há indícios de elementos peculiares do conceito teórico para o ensino de divisão que permitem aos estudantes saírem dos limites da vida cotidiana, observada diretamente, para a inserção no amplo círculo dos conhecimentos formados na relação teórica com a realidade (DAVÍDOV, 1988).

Em sua proposta de ensino, a acadêmica sugeriu um problema que envolvia a medição de líquidos. Tomou como ponto de partida o experimento objetal e, a partir do sistema de relações entre as medidas de grandezas (volume), revela e transforma os elementos querefletem a universalidade da essência do conceito de divisão (unidade de medida básica, unidade de medida intermediária, total de unidades de medidas básicas e intermediárias).

O experimento objetal e o movimento sugerido por Margarida propiciam reflexões sobre o conceito científico de divisão e multiplicação. A aprendizagem de conceitos científicos, segundo Davýdov (1982), conduz o desenvolvimento do pensamento teórico. Esse tipo de pensamento "[...] não surge e nem se desenvolve na vida cotidiana das pessoas, ele se

desenvolve somente em tal instrução, cujos programas se baseiam na compreensão dialética do pensamento" (DAVÍDOV, 1999, p. 07). Desse modo, a instrução escolar, fundamentada no princípio do caráter novo do conhecimento, deve formar nos estudantes pensamento teórico por meio da apropriação científica. Para isso, é necessário revelar as conexões internas dos
objetos, conforme expõe o princípio do caráter objetal.

3.2.2 Princípio do caráter objetal

O ensino com base no princípio do caráter objetal estabelece as conexões internas dos objetos e possibilita revelar o conteúdo do conceito, ou seja, sua relação universal, por meio da análise das propriedades externas e internas dos mesmos (DAVÍDOV, 2017).

De acordo com Davídov (1988), no princípio do caráter objetal o conteúdo do conceito é assimilado teoricamente pelos estudantes, os quais se apropriam do conhecimento científico e já não lidam com a realidade imediatamente circundante. Isto significa que os estudantes não tratam a realidade à sua volta com o que apenas está dado externamente, pois a realidade enquanto objeto de conhecimento está mediatizada pela ciência como formação social, pela sua história e pela experiência teórica em forma de conteúdo generalizado e abstrato (DAVÍDOV, 1988).

Com base nas generalizações e abstrações teóricas forma-se o pensamento teórico do estudante, o qual "[...] não visa à diversidade imediata das coisas; ele os estuda através da objetivação idealizada específica e só então percebe suas possibilidades" (DAVÍDOV, 1988, p. 142).

Essas possibilidades são vislumbradas no plano de ensino de Margarida ao propor um movimento que inicialmente contemplava o caráter objetal, com diversos recipientes e líquidos. A acadêmica utilizou o experimento objetal para estabelecer a relação entre medidas de grandezas (grandeza volume) como ponto de partida: "[...] Com a explicação do concreto demonstraria como se usa a medida básica, a intermediária e o todo" (MARGARIDA, 2017). Nas palavras de Davídov (1988, p. 182, tradução nossa), estabelecida essa relação integral do objeto, "constitui[-se] o aspecto real dos dados transformados e, por outra parte, atua como base genética e fonte de todas as peculiaridades do objeto integral, isto é, constitui sua relação universal". O aspecto real surge do experimento com os líquidos, em que Margarida (2017) "[...] pediria ajuda às crianças para tal procedimento [transferência de líquidos] [...]". Desse

modo, possibilitaria a participação os estudantes no processo de reprodução da relação universal do conceito de divisão.

A participação dos estudantes no experimento objetal aconteceria com a ajuda da professora, a qual possibilitaria aos estudantes analisarem o conteúdo do material didático (os recipientes e líquidos), separarem nele a relação geral inicial do conceito de divisão (unidade de medida básica, unidade de medida intermediária, total de unidades de medidas básicas e intermediárias) e revelarem o que se manifesta nas relações particulares existentes no material dado (particularidade expressa na reta numérica). Assim, as crianças utilizariam a abstração e generalização substancial pela assimilação do conhecimento no movimento do geral para o particular. No começo buscariam e fixaram relação geral inicial do conceito de divisão e depois deduziram a particularidade do objeto (DAVÍDOV, 1988).

Margarida, ao apresentar os recipientes e os líquidos, trataria de um problema de caráter geral, "compreendido como a conexão geneticamente inicial do sistema estudado, a qual, em seu desenvolvimento e diferenciação, gera o caráter do sistema concreto" (DAVÍDOV, 2017, p. 220).

Na proposta de ensino da acadêmica, inicialmente em caráter geral, não havia um valor específico para o todo representado pela letra C. Poderia ser qualquer valor. Porém, a acadêmica geraria nos estudantes a necessidade de revelar o valor aritmético do volume de líquido ao sugerir: "[...] após terem compreendido, que podemos utilizar as medidas intermediárias para facilitar a transferência do líquido, iremos explicar o mesmo processo na reta numérica" (MARGARIDA, 2017). Eis que surgiria um problema particular.

O processo de generalização proposto ocorreria por meio do movimento do geral ao particular, tal como expressa o princípio do caráter objetal. Salientamos, ainda, que ao resolverem o problema na reta numérica os estudantes não estariam visualizando as propriedades externas dos objetos, ou seja, os recipientes e os líquidos não estariam presentes diretamente e sim de modo mediatizado a fim de que refletisse a sua relação interna.

A partir da relação interna, o conteúdo pode ser representado em forma de modelos que "constituem uma conexão internamente imprescindível no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos e dos procedimentos generalizados de ação" (DAVÍDOV, 1988, p. 182, tradução nossa). Essa modelação está presente na forma objetal e gráfica (reta numérica) na proposta de ensino de Margarida.

Portanto, o modo de ensino organizado pela acadêmica proporcionaria às crianças percorrerem um movimento orientado do plano objetal ao gráfico, constituído pela relação interna do objeto, em nível teórico, conforme propõe o princípio da educação que desenvolve.

3.2.3 Princípio da educação que desenvolve

O princípio da educação que desenvolve trata-se de uma estruturação na educação que seja possível desenvolver qualquer elo da psique das crianças, de forma ativa e que alcance um alto nível da consciência e do pensamento teóricos modernos (DAVÍDOV, 2017).

Segundo Davídov (1988, p. 172, tradução nossa), "[...] a base do ensino desenvolvimental é seu conteúdo do qual se derivam os procedimentos para organização do ensino". Em outras palavras, no Ensino Desenvolvimental as disciplinas escolares são organizadas na unidade indissociável entre conteúdo e método. Essa organização determina a formação nos estudantes do nível da consciência e do pensamento teóricos.

> A essência do pensamento teórico consiste em que se trata de um procedimento especial com o que o homem enfoca a compreensão das coisas e os acontecimentos por via da análise das condições de sua *origem e desenvolvimento*. Quando os estudantes estudam as coisas e os acontecimentos do ponto de vista deste enfoque, começam a pensar teoricamente (DAVÍDOV, 1988, p. 06, tradução nossa, grifos do autor).

Para propiciar a formação do pensamento teórico nos estudantes, Margarida organizou seu plano de ensino para possibilitar a aprendizagem e desenvolvimento das crianças.

A acadêmica organizou o ensino com base no experimento objetal, no qual a resposta não estava dada diretamente aos órgãos dos sentidos. Para sua resolução seria fundamental estabelecer a relação entre medidas de grandezas (grandeza contínua volume). No processo de resolução contemplou as significações aritméticas (números), geométricas (reta numérica) e algébricas (letras nos recipientes). Possibilitou percorrer o movimento do geral ao particular e do plano objetal ao gráfico em nível teórico. Revelou o núcleo essencial do conceito de divisão e seu movimento interno, bem como a interconexão com o conceito de multiplicação.

Além do plano de ensino elaborado por Margarida, como expressão do movimento realizado pela turma, encontramos indícios da objetivação do princípio da educação que desenvolve no momento previsto na disciplina para as acadêmicas organizarem o ensino e exercerem a docência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

As acadêmicas organizaram o ensino para ser desenvolvido com as crianças com base nas tarefas que desenvolvemos com elas sobre os conceitos de multiplicação e divisão.

Nesse momento, observamos o envolvimento, comprometimento, criatividade e preocupação em estudar, compreender e possibilitar às crianças aprenderem os referidos conceitos.

Consideramos esse momento da disciplina importante para a presente pesquisa por consideramos a práxis como critério de verdade. De acordo com Martins (2008, p. 158), a práxis como critério de verdade, fundamento e finalidade do conhecimento é uma necessidade lógica, um imperativo epistemológico que se impõe ao sujeito pesquisador. É com a práxis que o homem produz todo o mundo natural e social, já que "toda a vida social é essencialmente prática [...]" (MARX; ENGELS, 1984, p. 109 apud MARTINS, 2008, p. 158).

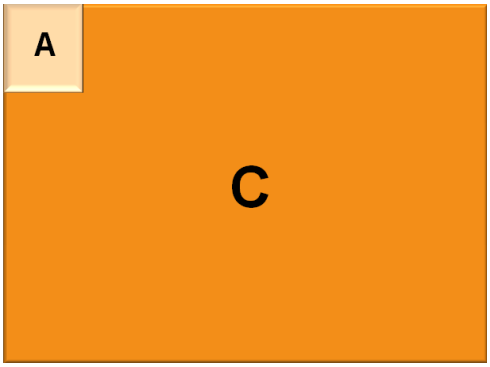
Vamos continuar com o exemplo de Margarida por entendermos que o movimento percorrido por essa acadêmica melhor explicita o movimento percorrido pelas demais. Dessa forma, consideramos o modo de organização de ensino elaborado e desenvolvido por Margarida, ao final do semestre letivo, em um evento científico: V Seminário Interinstitucional de Educação Matemática, realizado em Orleans, no dia 18 de novembro de 2017. Durante esse evento, Margarida desenvolveu uma situação desencadeadora de aprendizagem diante de um público com mais de cem pessoas.

A essência da situação desencadeadora de aprendizagem está em "[...] ter o potencial para propiciar o aparecimento de motivo da aprendizagem, para desencadear a tensão criativa dos processos de aprendizagem no sujeito que se organiza para se apoderar de um conceito que considera relevante para si" (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 91-92). Nesse sentido, Margarida elaborou e desenvolveu a situação desencadeadora de aprendizagem intitulada "Era uma vez uma barata independente".

> Dona Baratinha é uma barata independente. Ela quer muito reformar o ateliê dela, porque ela faz os laços de fita e resolveu dar uma melhorada na parede do ateliê. Ela está com um problemão. [...] Ela tem no porão da casa dela uma caixa de azulejo pequeno. Só que ela não tem noção da quantidade de azulejo que vai nessa parede[22] (MARGARIDA, 2017).

A partir do enredo exposto, Margarida apresenta a parede de Dona Baratinha cuja superfície media C e o azulejo com medida A, e questiona: quantos azulejos Dona Baratinha vai precisar para preencher esta parede? (Figura 23).

Figura 23 – Representação da unidade de medida básica (A) e o todo (C)



Fonte: Relatório da acadêmica Margarida, 2017.

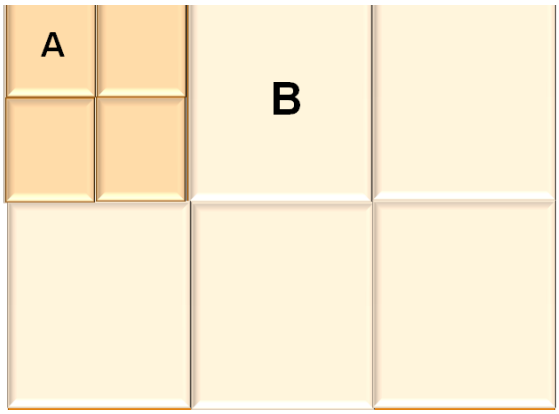
A partir da situação proposta, Margarida provocou a necessidade de utilizar uma medida intermediária (maior que A), uma vez que a contagem um a um seria demorada e a experiência em desenvolvimento, ora apresentada, tinha um tempo delimitado para ser concluída. Após sugeriram a contar em quatro em quatro para ser mais rápido, Margarida propôs a unidade com medida B, na qual coube 4 vezes a medida A, ou seja, B = 4A (Figura 24).

Figura 24 – Representação da unidade de medida intermediária (B)

Fonte: Relatório da acadêmica Margarida, 2017.

De posse da unidade de medida intermediária, verificaram quantas vezes esta medida intermediária (B) cabia no todo (C) e concluiu que era 6 (seis) vezes: C = 6B.

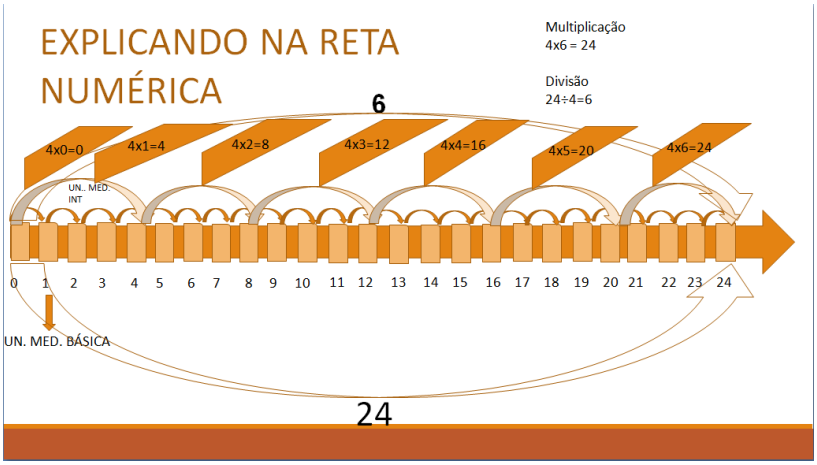
Figura 25 – Representação da unidade de medida básica (A), medida intermediária (B) e todo (C)



Fonte: Relatório da acadêmica Margarida, 2017.

A partir dos dados revelados e transformados na situação desencadeadora, Margarida direcionou as reflexões para chegar à operação de multiplicação ao propor a representação na reta numérica da contagem dos azulejos de quatro em quatro realizada no plano objetal. Na sequência, questionou sobre como seria o movimento operacional inverso, também elaborado na reta numérica (Figura 26).

Figura 26 – Representação do movimento realizado no experimento objetal na reta numérica



Fonte:Relatório da acadêmica Margarida, 2017.

Após refletirem sobre as operações de multiplicação (4 × 6) e divisão (24 ÷ 4) na reta numérica, Margarida retomou o problema inicial e responderam que Dona Baratinha iria precisar, para preencher esta parede, de 24 (vinte e quatro) azulejos pequenos.

A situação desencadeadora elaborada e desenvolvida por Margarida atende a todos os princípios didáticos do ensino desenvolvimental. Desse modo, contempla ao princípio da educação que desenvolve. Para Davídov (2017, p. 219), esse princípio consiste "[...] em uma estruturação tal da educação na qual seja possível dirigir regularmente os ritmos e o conteúdo do desenvolvimento por meio de ações que exercem influência sobre este". A acadêmica propôs uma situação desencadeadora de aprendizagem que possibilita revelar o movimento interno dos conceitos de multiplicação e divisão por meio do experimento objetal e sua abstração na reta numérica.

A partir do exposto temos alguns elementos para responder ao questionamento de Davídov (2017, p. 219): "[...] é possível realizar os princípios didáticos do ensino desenvolvimental [...] na prática do ensino?" Assim como o autor (DAVÍDOV, 2017), consideramos que sim, desde que se considerem: 1) as condições de origem. Os conceitos não se dão como conhecimentos prontos, mas revelados e transformados pelos estudantes; 2) o movimento do geral ao particular por meio de abstrações e generalizações teóricas; 3) a revelação da conexão geneticamente inicial, a relação universal do conceito; 4) a reprodução da conexão interna em modelos objetais, gráficos ou literais; 5) a formação, nos estudantes, de ações objetais que permitam às crianças revelarem a conexão essencial do objeto; 6) a passagem gradativamente das ações objetais ao plano mental.

Ao considerar tais princípios durante a análise das manifestações das acadêmicas (nos planos de ensino, nas discussões em sala de aula no ensino superior durante o desenvolvimento das tarefas, na organização do ensino para docência e nos relatos de experiência), constatamos indícios de objetivação da realização dos princípios didáticos do Ensino Desenvolvimental.

3.3 EPISÓDIO FORMATIVO SÍNTESE: MOVIMENTO PERCORRIDO PELAS ACADÊMICAS AO LONGO DA PESQUISA

O presente episódio formativo é composto por 4 (quatro) cenas (cena 1, cena 2, cena 3 e cena 4) nas quais sintetizam o movimento percorrido pelas acadêmicas de Pedagogia, na disciplina Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, durante o semestre letivo 2017-2.

No início do semestre, as acadêmicas manifestaram estranhamento à proposição davydoviana. Argumentavam que, "*se para elas era difícil, imagine para as crianças*", e questionavam sobre como desenvolver essas tarefas com as crianças dos Anos Iniciais do

Ensino Fundamental. O estranhamento inicial, somado às dificuldades de compreensão da proposta, converteu-se em resistência.

Porém, também estava previsto, no plano da disciplina, que as acadêmicas desenvolveriam ao menos uma tarefa davydoviana em uma turma dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I. Após essa experiência, concluíram que as crianças tinham mais facilidade que elas. Assim, as inquietações iniciais foram arrefecidas a partir do momento em que as acadêmicas verificaram as potencialidades das crianças, conforme cenas a seguir.

3.3.1 Cena 1 – Estranhamento inicial

Esta cena foi extraída das manifestações registradas durante o desenvolvimento da primeira tarefa davydoviana. A tarefa envolvia a medição de líquido em seu caráter geral. Ou seja, não havia valores predeterminados: eles resultavam do procedimento objetal com a grandeza *volume* e posterior registro geométrico na reta numérica com a sistematização das relações de multiplicidade e divisibilidade. Ao final das reflexões sobre a resolução da tarefa, as acadêmicas manifestaram estranhamento. O questionamento predominante foi: como vamos levar para a sala de aula essa tarefa, de modo que as crianças entendam? Conforme expressam os flashes a seguir:

01· CLARISSE: –Para mim eu sei, mas como explicar para as crianças eu acho difícil.
02· MARGARIDA: –Como a criança vai chegar nessa parte da multiplicação e da divisão?[sic].

3.3.2 Cena 2 – Revelação das dificuldades

A presente cena é constituída por um flash, no qual consta a razão desse estranhamento (cena 1) na forma externada por Fabiana, como expressão geral da turma. Desse modo, na cena 2 são reveladasas dificuldades das acadêmicas.

01· FABIANA: –Professora, a minha dificuldade é em trabalhar com líquido, volume, sei lá, sabe? Porque é mais difícil. Como que eu iria fazer? Mostrar ali o concreto, mas parece mais difícil pra nossa cabeça. [...] A gente, a vida inteira, só trabalhou com grandeza discreta [sic].

3.3.3 Cena 3 – Resistência

A cena 3 mostra que as dificuldades desencadearam um processo de resistência ao modo de organização no ensino proposto. Ela surgiu na transferência das dificuldades enfrentadas pelas acadêmicas para a impossibilidade das crianças, tal como manifesta Juliana no flash 01.

01· JULIANA: – Alógica é essa, mas as crianças não vão ter essa lógica [...].

3.3.4. Cena 4 – Possibilidades

A cena 4 apresenta as possibilidades vislumbradas pelas acadêmicas. Após a experiência docente desenvolvida pelas acadêmicas, com as crianças, a resistência deu lugar às possibilidades de objetivação do Ensino Desenvolvimental nos Anos Iniciais da Educação Básica, como revelam os flashes constituídos pelas expressões de Patrícia e Bruna.

01· PATRÍCIA: – Este momento da docência foi de suma importância, pois podemos observar as carências do ensino de Matemática em nossa região. Apesar do pouco tempo em sala de aula, percebemos a necessidade: a educação tem de ser mudada e pensada, para que nossos alunos não somente decorem, mas aprendam significativamente [...] desconstruindo, assim, o nosso pensamento inicial, de que os alunos não conseguiriam entender esse método de ensino abstrato.

02· BRUNA: – Na docência, pude perceber o quanto o medo e o desespero, ao me deparar com o novo, ficaram pequenos perto do que as crianças são capazes de fazer. Talvez porque não tenham medo de aprender o novo, assim como nós, adultos. Rapidamente elas compreenderam as tarefas e me encantaram.

O episódio formativo exposto sintetiza a interdependência dos momentos que constituíram o movimento percorrido pelas acadêmicas ao longo da pesquisa em sua totalidade: estranhamento inicial, revelação das dificuldades, resistência e manifestação de possibilidades. Os 3 (três) primeiros momentos resultaram das fragilidades decorrentes dos limites originados do predomínio do pensamento empírico na Educação Básica. Os elementos empíricos foram consolidados a partir de uma formação matemática na qual a ênfase é nas grandezas discretas em detrimento das contínuas, na significação aritmética em detrimento da geométrica, nas relações externas em detrimento das internas, da fragmentação conceitual em detrimento dos sistemas conceituais, entre outros.

Tal dicotomização obstaculizou a realização do experimento didático desenvolvimental, que previa a interconexão e não a fragmentação desses elementos. No entanto, essas dificuldades foram arrefecidos em função, dentre outros, do modo de organização de ensino desenvolvido (conteúdo e método) e do comprometimento das acadêmicas com sua formação. Consequentemente, as acadêmicas avançaram em direção às possibilidades de objetivação do Ensino Desenvolvimental na Educação Básica. Portanto, a análise das manifestações das acadêmicas referentes ao processo de conhecimento indica a efetivação da aprendizagem de alguns elementos do modo de organização do Ensino Desenvolvimental.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> [...] Acredito que vocês vão escolher o seu próprio caminho, vão encontrar suas próprias respostas que preocupam vocês [...]. Mas exatamente nisso que reside a essência da busca (REPKIN, 2018).

A busca desta pesquisa surge a partir de inquietações e da necessidade de apreender o desenvolvimento do pensamento no processo da atividade humana. Trilhamos nossos caminhos com base no método do Materialismo Histórico-Dialético e na Teoria do Ensino Desenvolvimental como um dos desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade.

Os caminhos foram trilhados no núcleo de grupos de pesquisas, o que gerou em nós a necessidade do coletivo. De acordo com Makarenko (1977), fora da coletividade não é possível formar uma personalidade com alto grau de consciência, sentido de responsabilidade perante a sociedade e elevadas qualidades morais. Foi com esse sentido de responsabilidade perante a sociedade que nossos estudos e debates teóricos abarcaram o modo de organização do Ensino Desenvolvimental no contexto da Educação Matemática.

Investigamos o processo de conhecimento das acadêmicas de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental. Inicialmente, questionávamo-nos sobre as dificuldades dos estudantes na Educação Básica em compreender conceitos fundamentais, como adição, subtração, multiplicação e divisão. Mas será que essas dificuldades eram apenas dos estudantes? Ou os professores e futuros professores também manifestam tais dificuldades?

À procura de respostas para as inquietações sobre o ensino de Matemática e na busca por refletir sobre o processo de conhecimento de futuros professores, em nível de graduação, destacamos como questão central da pesquisa: o que revelam as manifestações das acadêmicas matriculadas na disciplina de *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, do curso de Pedagogia da UNISUL, referentes ao processo de conhecimento do modo de organização do Ensino Desenvolvimental?

Na busca pela essência do fenômeno investigado, realizamos um experimento didático desenvolvimental na disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, do curso de Pedagogia da UNISUL, durante o estágio de docência do Mestrado em Educação, no segundo semestre do ano de 2017.

Nesse processo investigativo, guiamo-nos por 6 (seis) ações de pesquisa: 1) estudo dos fundamentos do método Materialismo Histórico-Dialético; 2) aprofundamento da

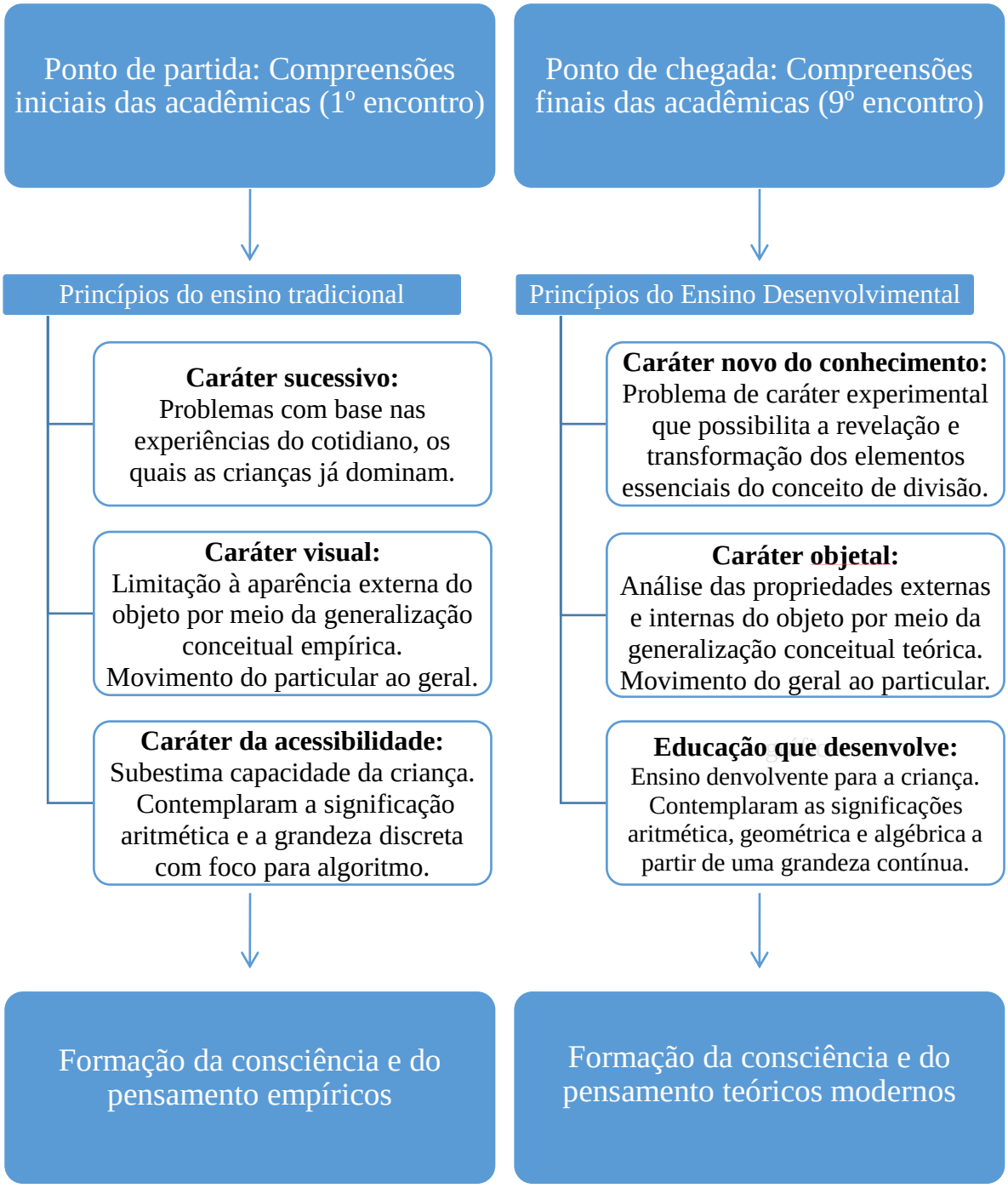
Teoria do Ensino Desenvolvimental e AOE; 3) estudo de tarefas davydovianas e situações desencadeadoras deaprendizagem para o ensino dos conceitos de multiplicação e divisão;
4) elaboração de um experimento didático desenvolvimental; 5) apreensão da realidade pesquisada, no curso de Pedagogia da UNISUL; 6) descrição, explicação e análise do isolado em movimento por meio de elaboração de episódio formativos.

A fim de apreender a realidade pesquisada, acompanhamos 15 (quinze) encontros semanais, com duração de 3 (três) horas cada, na disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental*. Deles, assumimos a docência em 2 (dois) encontros, nos quais desenvolvemos as tarefas referentes aos conceitos de multiplicação e divisão e, durante esse processo, refletimos sobre os princípios didáticos subjacentes ao modo de organização do ensino. Assim, o experimento didático desenvolvimental foi realizado durante 15 (quinze) encontros, dos quais, 4 (quatro) se constituíram em contexto de apreensão de dados. Como isolado da pesquisa, consideramos 3 (três) momentos distintos, mas interconectados: 1) ponto de partida: avaliação inicial realizada no primeiro dia de aula; 2)movimento de apropriação de aprendizagem: desenvolvimento das tarefas no 7º e 8º encontros; 3) ponto de chegada: avaliação final realizada no último dia de aula destinado no plano de ensino da disciplina aos conceitos de multiplicação e divisão.

Para exposição das compreensões das acadêmicas, tanto as iniciais (1º encontro) quanto as finais (9º encontro), consideramo-las em unidade ao movimento de superação à luz do diálogo com os princípios didáticos do ensino tradicional e do Ensino Desenvolvimental.

Em um primeiro momento, as acadêmicas elaboraram um plano de ensino para o conceito de divisão com base nos princípios didáticos do ensino tradicional. No decorrer do semestre, interviemos com o desenvolvimento de tarefas sobre os conceitos de multiplicação e divisão. Verificamos que a partir das tarefas desenvolvidas houve indícios de apropriação de conhecimento de alguns elementos do Ensino Desenvolvimental. Isto significa que no 9º encontro as acadêmicas elaboraram um plano de ensino para o conceito de divisão com base em alguns elementos dos princípios didáticos do Ensino Desenvolvimental, conforme figura a seguir:

Figura 27 – Síntese das compreensões iniciais e finais das acadêmicas



Fonte: Elaboração nossa, 2018.

A partir do quadro exposto, concluímos que o instrumento avaliativo (Figura 2), ponto de partida com base nas compreensões iniciais das acadêmicas, revelou que tais compreensões estão pautadas nos princípios do ensino tradicional, o qual é gerador da formação do pensamento empírico. Por outro lado, o ponto de chegada a partir do mesmo instrumento avaliativo (Figura 2) revelou uma nova qualidade no conhecimento das acadêmicas. Expressaram que suas compreensões finais (9º encontro) estão pautadas em

alguns elementos dos princípios didáticos do Ensino Desenvolvimental, gerador da formação do pensamento teórico contemporâneo.

Finalizamos esta dissertação com a convicção de que escolhemos o nosso próprio caminho e que encontramos neste, entre idas e vindas, uma possível resposta. Mas, outras inquietações sobre o modo de organização do ensino de Matemática com base no Ensino Desenvolvimental ainda persistem. Consideramos que estamos no início de uma longa e árdua caminhada na busca por uma educação promotora do desenvolvimento do pensamento teórico e da apropriação do conhecimento científico por estudantes, professores e futuros professores.

Desse modo, esperamos que a presente pesquisa contribua com as reflexões sobre o modo de organização do ensino de Matemática em nível teórico, para todos. Acreditamos que este é um dos caminhos necessários para atingirmos a transformação educacional e social que desejamos.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, A. B.; ORTIGARA, V. Conhecimento, sociedade e educação de professores: crítica consistente ou conservadorismo político? **Perspectiva,** Florianópolis, v. 31, n. 1, 2007.

BAZARIAN, J. **O problema da verdade**. 4. ed. São Paulo: Alfa-Ômega, 1994.

BORDEAUX, A. L. et al. **Novo bem-me-quer matemática**, 2º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2017.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1951.

_____. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2002.

CEDRO, W. L., NASCIMENTO, C. P. Dos métodos e das metodologias em pesquisas educacionais na Teoria Histórico-Cultural. In: MOURA, M. O (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural.** São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 13-45.

CENTURIÓN, M. R.; TEIXEIRA, J. L. S.; RODRIGUES, A. B. **Porta aberta:** albetização matemática: 2º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

CRESTANI, S. **Análise conceitual das proposições de Davydov e seus colaboradores para o ensino do conceito de divisão.** 2013. 70 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática)-Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

_____. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico:** uma reflexão a partir do conceito de divisão.2016. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:** investigación teórica y experimental.Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

_____. O que é a atividade de estudo. **Revista Escola inicial**, n. 7, 1999.

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. **La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo; en La educación y la enseñanza:** una mirada al futuro. Moscú: Progreso, 1991, p. 118-144.

DAVÝDOV, V. V. Análise dos Princípios Didáticos da Escola Tradicional e Possíveis Princípios do Ensino em Um Futuro Próximo. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R.V. (Org.). **Ensino Desenvolvimental**. Antologia. Livro 1. Tradução: Josélia Euzébio da Rosa e Ademir Damazio. 1. ed. Uberlândia: Edufu, 2017. v. 1. 240p. p. 211-223.

_____. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

FERREIRA JR., A. A Influência do marxismo na pesquisa em educação brasileira. **Revista HISTEDBR On-line**, v. 13, 2013. Disponível em: <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/histedbr/article/view/5337>. Acesso em: 30 jun. 2017.

GALDINO, A. P. S. **O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação:** um estudo com base na teoria histórico-cultural.2016. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

GAMBOA, S. A. S. A dialética na pesquisa em educação: elementos de contexto. In: FAZENDA, I. (Org.). **Metodologia da pesquisa educacional.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991. p. 91-116.

GIARDINETTO, J. R. B. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas, SP: Autores Associados, 1999. (Coleção polêmicas do nosso tempo, v. 65).

HOBOLD, E. S. F. **Proposições para o Ensino da tabuada com base nas Lógicas Formal e Dialética**. 2014. 199 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2014.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LÚRIA; LEONTIEV, VYGOTSKI, et al. **Pedagogia e Psicologia II**. Lisboa: Estampa, 1991. p. 9-26.

KONDER, L. **O que é dialética.** 28. ed. 5ª reimp. São Paulo: Brasiliense, 2004. (Coleção Primeiros Passos, 23)

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEFEBVRE, H. **Lógica Formal e Lógica Dialética**. Tradução de Carlos Nelson Coutinho. 5. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1991.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição para o desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKI, L.S.; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** 10. ed. São Paulo: Ícone, 2006. p. 59-84.

LOPES, A. L. R. V. et. al. A constituição de um projeto formativo: implicações para o professor que ensina matemática. **Educação Unisinos**, v.. 22, n. 4, p. 298-306, out./dez. 2018.

MAKARENKO, A. S. **As bandeiras nas torres**. Lisboa: Livros Horizonte: 1977. (2 vol.).

MARTINS, M. F. **Marx, Gramsci e o conhecimento ruptura ou continuidade** – As dimensões ontológicas, axiológicas e gnosiológicas de uma "Filosofia da Transformação''. O Materialismo Histórico e Dialético. São Paulo: UNISAL, 2008.

MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política.** 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

MATOS, C. F. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia:** uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural. 2017. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.

MAZZOTTI, A. J. A. “A revisão da bibliografia” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis – o retorno. In: BIANCHETTI, L.; MACHADO, A. M. N. (Org.). **A bússola do escrever:** desafios e estratégias na orientação e escrita de teses e dissertações. 3. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2012. p. 25-44.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural.** 2008. 261 f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

_____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L. (Org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores.** São Paulo. Editora UNESP, 2004. cap. 18. p. 257-284.

MOURA, M. O. et al. A atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural.** Brasília: Líber livro, 2010. p. 81-110.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; LOPES, A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. O. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 71-99.

NEVES, R. S. P. **A divisão e os números racionais**: uma pesquisa de intervenção psicopedagógica sobre o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores. 2008. 543 f. Tese (Doutorado)-Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

POZEBON, S.; LOPES, A. R. L. V. Aprendizagem da docência na formação inicial de professores: estudar para ensinar matemática. **R. Educ. Públ. Cuiabá**, v. 28, n. 67, p. 219-238, jan./abr. 2019

PERES, T. C.; FREITAS, R. A. M. M. Ensino desenvolvimental: uma alternativa para a educação matemática. **Poiésis**, Tubarão, Volume Especial, p. 10-28, jan./jun. 2014.

PRESTES, Z.; TUNES, E.; NASCIMENTO, R. Lev SemionovitchVigotski: Um estudo da vida e da obra do criador da psicologia histórico-cultural. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Org.). **O Ensino desenvolvimental:** vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013. p. 47-65.

REGO, E. **Frases.** 2010. Disponível em: <https://sites.google.com/site/eduregо/frases>. Acesso em: 2 ago. 2018.

REPKIN, V. V. Mensagem de áudio enviada ao IV Colóquio Internacional Ensino Desenvolvimental Sistema Elkonin-Davidov. Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia, 2018.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar:** inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012. Disponível em: <http://www.ppge.ufpr.br/teses%20d2012/d2012_Joselia%20Euzebio%20da%20Rosa.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2018.
ROSA, J. E.; CRESTANI, S. O conceito de divisão no modo de organização do ensino proposto por Davýdov e colaboradores. **BOLETIM GEPEM** (ONLINE), v. 71, p. Boletim Gepem, 2017a.

_____. O movimento conceitual de divisão a partir da atividade orientadora de ensino e a proposição davydoviana. **UNIÓN** (SAN CRISTOBAL DE LA LAGUNA), 2017b.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A.; CRESTANI, S. Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.16, n.1, p. 167-187, 2014.

ROSA, J. E.; HOBOLD, E. S. F.O ensino da tabuada no contexto das ações de estudo propostas por Davýdov e colaboradores. **Revista brasileira de educação**, v. 22, p. 01-30, 2017.

SANTOS, C. O**. O movimento conceitual de fração a partir dos fundamentos da lógica dialética para o modo de organização do ensino.** 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.

VIGOTSKII, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKII, L.S.; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 10. ed. São Paulo: Ícone, 2006. p. 103-118.

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. **Математика, Учебникдля2классаначальнойшколы**. В 2-хкн. (СистемаД. Б. Эльконина - В. В. Давыдова).11- еизд. - М.: ВИТА-ПРЕСС, 2012. - 96 с.:ил.

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. **Математика: УчебникдляЗклассанач**. школы (СистемаД. Б. Эльконина - В. В. Давыдова).В 2-хкн. 7-еизд. - М.:ВИТА-ПРЕСС, 2009. - 112 с.:ил.

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. **Математика: Учебникдля4классанач**. школы (СистемаД. Б. Эльконина - В. В. Давыдова).В 2-хкн. 8-еизд. - М.:ВИТА-ПРЕСС, 2011. - 144 с.:ил.
ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНАГ. Г.; САВЕЛЬЕВАО. В. Обучениематематике. 2 класс: Пособиедляучителейначальнойшколы. 2-еида. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2009.

ANEXOS

ANEXO A – Cronograma de ações

Ações	Período
Reelaboração do projeto de pesquisa.	2017/1
Elaboração detalhada do experimento didático desenvolvimental.	2017/1
Estágio de docência no curso de Pedagogia/UNISUL.	2017/2
Realização do experimento didático desenvolvimental com as acadêmicas.	2017/2
Transcrição e organização dos dados.	2017/2
Apresentação do projeto no Seminário do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)/UNISUL.	2017/2
Apresentação da dissertação na reunião da rede nacional de Pesquisa GEPAPe em Goiânia.	2017/2
Exame de proficiência em língua estrangeira.	2018/1
Análise dos dados.	2018/1
Elaboração do relatório de qualificação.	2018/1
Qualificação.	Agosto de 2018
Inserção das sugestões da banca de qualificação no relatório.	2018/2
Apresentação da dissertação na reunião da rede nacional de Pesquisa GEPAPe em Curitiba.	2018/2
Reuniões mensais do grupo de pesquisa (aos sábados).	Durante todo o Mestrado
Reuniões semanais de orientação com duas horas de duração.	Durante todo o Mestrado
Apresentação da pesquisa em eventos como a Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), o Simpósio Nacional sobre Formação de Professores (SIMFOP), entre outros.	Durante todo o Mestrado
Realização de disciplinas.	Durante todo o Mestrado
Envio da dissertação para a banca de defesa.	Fevereiro de 2019
Defesa.	Fevereiro de 2019
Elaboração de um artigo para uma revista com Qualis/Capes ≥ A2.	Março de 2019
Entrega da versão final da dissertação e submissão do artigo.	Março de 2019

ANEXO B – Tarefas sistematizadas em *slides*

TAREFA 1

?

- O volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A?

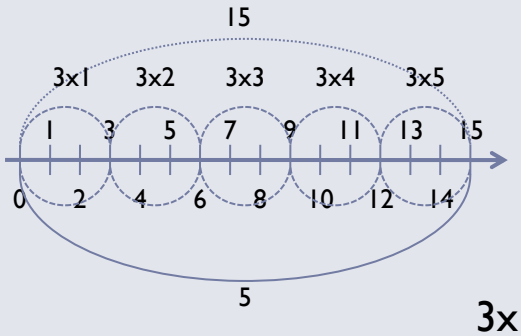
Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 43).

TAREFA 1

Temos três medidas diferentes. Quais são elas?

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 43).

TAREFA 1



3 x 5 = 15

15 ÷ 3 = 5

3x1=3
3x2=6
3x3=9
3x4=12
3x5=15

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016).

TAREFA 1

?

- O volume de líquido de medida K é formado por quantas unidades A?

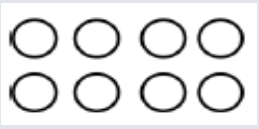
O volume de líquido de medida K é formado por 15 unidades A.

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 43).

TAREFA 2

?

- Uma criança do 1° ano contou 20 círculos, para tal, contou-os de um em um. Alice, estudante do 2° ano, contou a mesma quantidade de círculos, porém realizou a contagem de modo diferente, utilizou uma unidade de medida intermediária composta por quatro (4) círculos.
- Quantas medidas intermediárias, Alice contou?



20 ÷ ___

20 ÷ 4 = 5

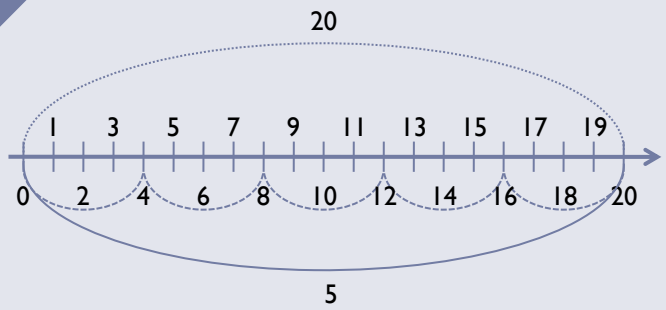
Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 21).

TAREFA 2

?

- Represente na reta numérica:

20 ÷ 4 = ?



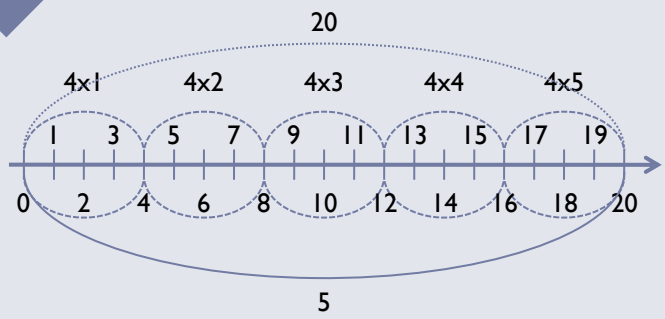
20 ÷ 4 = 5

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013).

TAREFA 2

?

- Represente na reta numérica a operação inversa:



4x1=4
4x2=8
4x3=12
4x4=16
4x5=20

20 ÷ 4 = 5

4 x 5 = 20

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 21).

TAREFA 2

?

- Uma criança do 1° ano contou 20 círculos, para tal, contou-os de um em um. Alice, estudante do 2° ano, contou a mesma quantidade de círculos, porém realizou a contagem de modo diferente, utilizou uma unidade de medida intermediária composta por quatro (4) círculos.
- Quantas medidas intermediárias, Alice contou?

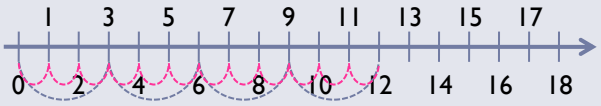
Alice utilizou 5 medidas intermediárias.

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 21).

TAREFA 3

?

- Apresente as operações expressas na reta numérica:

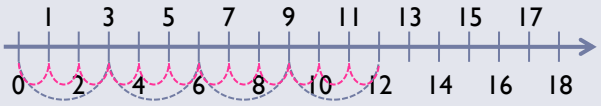


Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 27).

TAREFA 3

?

- Apresente as operações expressas na reta numérica:



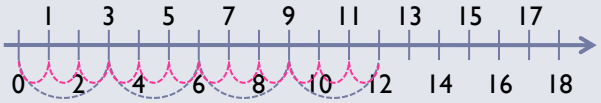
$12 \div 3 = 4$

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 27).

TAREFA 3

?

- Apresente as operações expressas na reta numérica:



12 ÷ 3 = 4

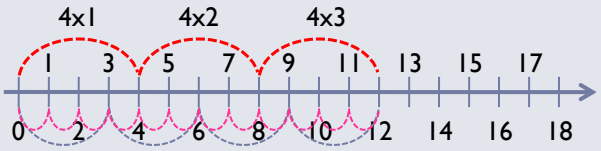
3 x 4 = 12

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 27).

TAREFA 3

?

- Apresente as operações expressas na reta numérica:



12 ÷ 3 = 4

3 x 4 = 12

4 x 3 = 12

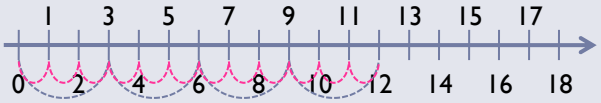
4x1=4
4x2=8
4x3=12

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 27).

TAREFA 3

?

- Apresente as operações expressas na reta numérica:



12 ÷ 3 = 4

3 x 4 = 12

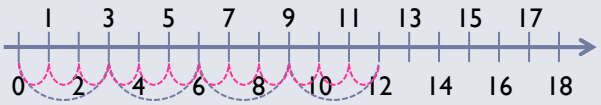
3+3+3+3=12

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 27).

TAREFA 3

?

- Apresente as operações expressas na reta numérica:



12 ÷ 3 = 4

3 x 4 = 12

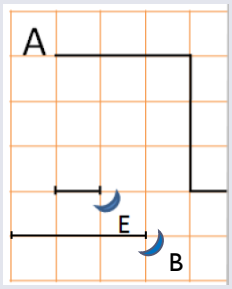
3+3+3+3=12

12 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 27).

TAREFA 4

A figura abaixo está incompleta, é possível visualizar apenas parte da linha quebrada.



18 ÷ 3 = ?

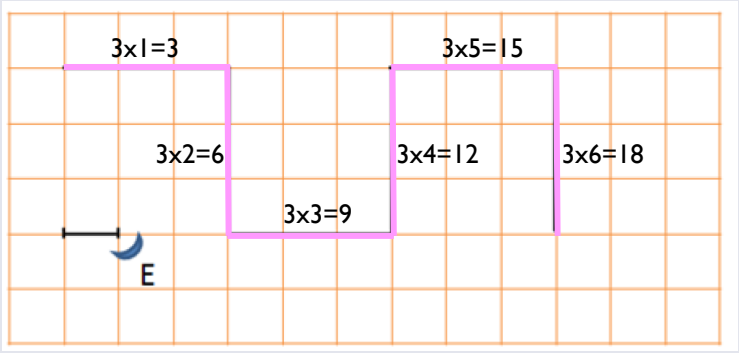
?

- Determine quantos segmentos com medida B existem ao todo (total de 18 medidas básica E)?

Ao todo há 6 segmentos de medidas B.

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 29).

TAREFA 4



3 x 6 = 18

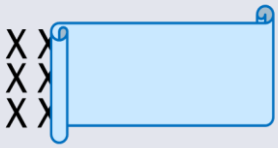
18 ÷ 3 = 6

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2013, p. 29).

TAREFA 5

?

- Na ilustração abaixo são dispostos 17 objetos em colunas compostas por três objetos cada. Qual operação podemos utilizar para saber quantas colunas há ao todo?



Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 55).

TAREFA 5

5 agrupamentos (mais 2 unidades)

17 ÷3 = 5 (Resto 2)

3 x 5 = 15
15 + 2 = 17

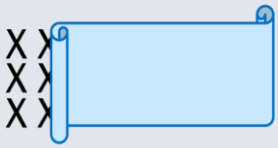
3x1=3
3x2=6
3x3=9
3x4=12
3x5=15
3x6=18

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 55).

TAREFA 5

?

- Na ilustração abaixo são dispostos 17 objetos em colunas compostas por três objetos cada. Qual operação podemos utilizar para saber quantas colunas há ao todo?



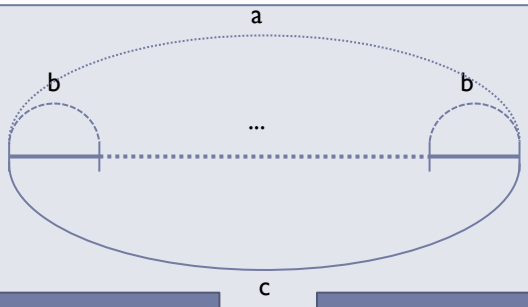
Teremos 5 colunas ao todo e restaram 2 unidades.

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdov et al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 55).

TAREFA 6

?

- Represente as operações expressas no esquema:



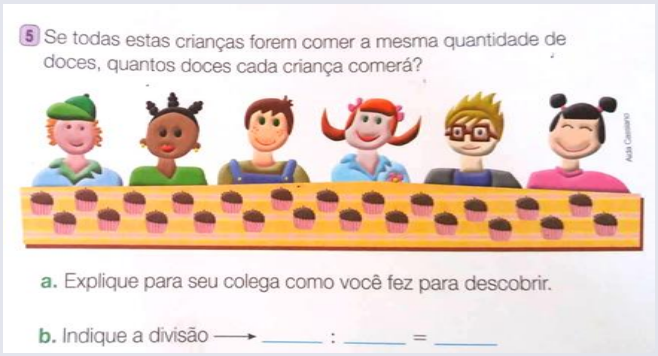
__ ? __ = __	__ ? __ = __
a ÷ b = c	b x c = a

Fonte: Reelaborado a partir de Davýdovet al. (2009, apud CRESTANI, 2016, p. 74).

TAREFA 7

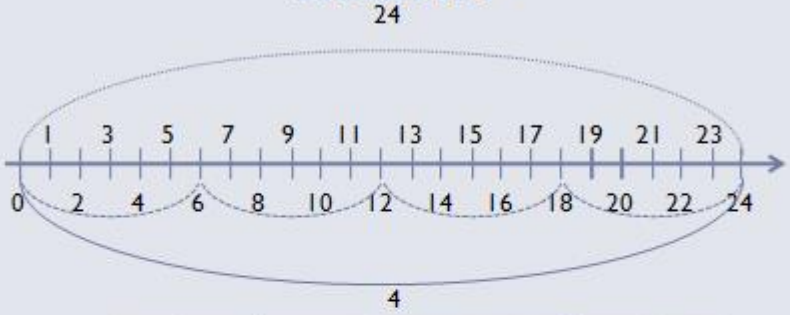
?

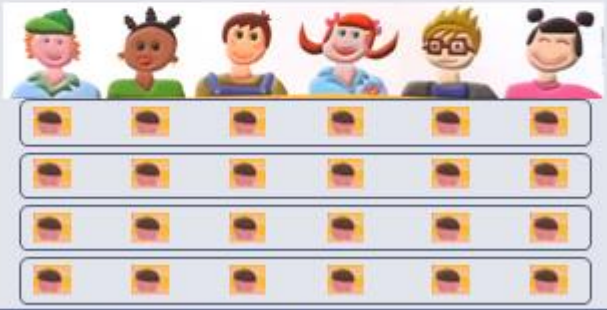
- Como você ensinaria seus alunos a interpretarem e resolverem o seguinte problema:



Fonte: CENTURIÓN, TEIXEIRA, RODRIGUES (2011, p. 215)

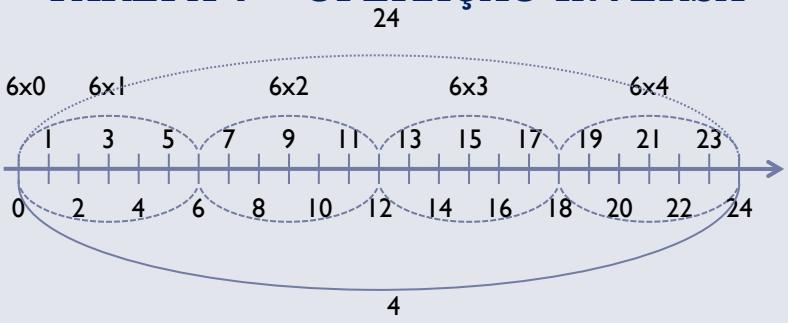
TAREFA 7





Fonte: CENTURIÓN, TEIXEIRA, RODRIGUES (2011, p. 215)

TAREFA 7 – OPERAÇÃO INVERSA



6 x 0

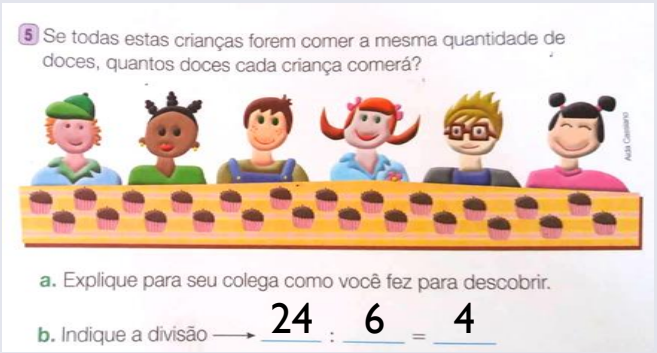
6x1=6
6x2=12
6x3=18
6x4=24

Fonte: CENTURIÓN, TEIXEIRA, RODRIGUES (2011, p. 215)

TAREFA 7

?

- Portanto,



5 Se todas estas crianças forem comer a mesma quantidade de doces, quantos doces cada criança comerá?

a. Explique para seu colega como você fez para descobrir.

b. Indique a divisão → 24 : 6 = 4

Fonte: CENTURIÓN, TEIXEIRA, RODRIGUES (2011, p. 215)

Referências

CENTURIÓN, Marília Ramos; TEIXEIRA, Júnia La Scala; RODRIGUES, Arnaldo Bento. **Porta aberta:** albetização matemática: 2° ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.

CRESTANI, Sandra. **Análise conceitual das proposições de Davydov e seus colaboradores para o ensino do conceito de divisão.** 2013. 70 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática)-Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

CRESTANI, Sandra. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão.** 2016. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, UNISUL, Tubarão, 2016.

ANEXO C – Termo de Livre Consentimento

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
UNIDADE UNIVERSITÁRIA TUBARÃO
CURSO DE PEDAGOGIA
Termo de Livre Consentimento

A situação atual do ensino de matemática, no Brasil, é caótica, precisa ser repensadaurgentemente. Esse repensar passa pela formação inicial e continuada de professoras. A partir dessa necessidade a professora doutora Josélia Euzébio Rosa com sua orientandaMariana da Silva Fontes desenvolvem, no contexto do TedMat, um projeto de pesquisa com o objetivo de investigaras contribuições da formação inicial para o trabalho docente com a Matemática a partir das manifestações escritas, orais e gestuais de estudantes da disciplina*Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos Iniciais do Ensino Fundamental* do curso de pedagogia da UNISUL.

Assim, gostaríamos de consultar sobre seu livre consentimento para a utilização dos registros realizados durante a disciplina *Metodologias de Matemática para os anos Iniciais do Ensino Fundamental (2017-2),* por meio de gravação em vídeo, áudio e fotografias como fonte de análise.

Caso concorde, por favor, escreva seu nome, o número do documento de identidade e assine o termo abaixo.

Desde já, agradecemos sua contribuição.

_____
Josélia Euzébio da Rosa

_____
Mariana da Silva Fontes

Eu, _____, documento de identidade número _____ concordo com a utilização das minhas manifestações gestuais, orais e escritas captadas durante a Disciplina *Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos Iniciais do Ensino Fundamental*, por meio de vídeos, fotografias e gravação em áudio, para subsidiar reflexões sobre o modo de organização do ensino de Matemática em cursos de Pedagogia.

( ) Gostaria que minha identidade fosse preservada por meio da utilização de um nome fictício.

( ) Gostaria que minha identidade fosse revelada, por meio da utilização do meu nome real.

_____

Tubarão, 04/12/2017